



**Andreia Marques Silva**

Licenciada em Ciências da Engenharia Química e Bioquímica

**Desenvolvimento de um Modelo  
Estatístico para o Controlo da  
Condutividade da Água dos SMAS de  
Almada**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Química e Bioquímica

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Doutora Ana Sofia Leonardo Vilela de  
Matos, Professora Auxiliar, FCT-UNL

Co-orientador: Prof<sup>a</sup> Doutora Ana Maria Martelo Ramos,  
Professora Associada, FCT-UNL

Presidente: Prof. Doutor Rui Manuel Freitas Oliveira  
Arguente: Prof. Doutor José Fernando Gomes Requeijo  
Vogais: Prof<sup>a</sup>. Doutora Ana Sofia Leonardo Vilela de Matos  
Engenheiro Paulo Jorge Nico Casimiro



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Novembro 2012**



Desenvolvimento de um Modelo Estatístico para o Controlo da Condutividade da Água dos SMAS de Almada

Copyright © Andreia Marques Silva, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## **Agradecimentos**

*“Se acreditares, tudo é possível.”*

Esta dissertação é resultado do esforço, apoio e colaboração de algumas pessoas, relativamente às quais gostaria de expressar os meus mais sinceros agradecimentos.

Em primeiro lugar, à minha orientadora, Professora Ana Sofia Matos, o meu sincero obrigada por toda a simpatia, amizade, apoio, motivação, disponibilidade e transmissão de conhecimentos que foram extremamente importantes para a elaboração da presente dissertação.

À minha co-orientadora, Professora Ana Maria Ramos, agradeço toda a simpatia, disponibilidade, auxílio e apoio prestado.

Aos Serviços Municipalizados de Água e Saneamento de Almada (SMAS de Almada), por toda a simpatia e por permitirem a realização deste trabalho.

Ao Engenheiro Paulo Nico, dos SMAS de Almada, por toda a simpatia, informação e disponibilidade demonstrada na resposta a todas as questões por mim colocadas.

Ao Engenheiro Paulo Gonçalves, dos SMAS de Almada, pela simpatia e informação fornecida.

Um especial agradecimento aos meus pais, que sempre me apoiaram, motivaram e acreditaram em mim ao longo de toda a minha vida e proporcionaram que tudo isto fosse possível.

À minha família, nomeadamente avós e tia, que sempre depositaram grande confiança no meu percurso académico.

Ao Fábio, um especial agradecimento, pelo carinho, motivação e força transmitida nos momentos mais complicados deste percurso.

A todos os colegas e amigos que sempre acreditaram em mim, o meu obrigada por todo o companheirismo, carinho e amizade.

A todos os nomeados, o meu mais sincero Obrigada!



## Sumário

A água é um tema cada vez mais importante nos dias que correm. A qualidade da água para consumo humano é fundamental para a avaliação do desenvolvimento e bem-estar de uma nação. A presente dissertação foi desenvolvida nos Serviços Municipalizados de Água e Saneamento de Almada (SMAS de Almada) e teve como objectivo principal o desenvolvimento de um modelo estatístico, denominado algoritmo, que irá permitir controlar um parâmetro bastante importante para a qualidade da água, a condutividade. Este modelo possibilitará obter estimativas da condutividade da água à saída de 6 reservatórios, a partir de dados recolhidos em 32 captações.

A metodologia adoptada na presente dissertação compreendeu quatro fases distintas: tratamento e caracterização dos dados históricos; aplicação de cartas de controlo; construção de um modelo estatístico (algoritmo) e sua validação. A fase de tratamento e caracterização dos dados históricos consistiu numa primeira análise gráfica das 32 séries de dados, estudo de *outliers* e caracterização das séries em termos de parâmetros de tendência central e de dispersão.

A segunda fase teve como principal objectivo aplicar uma ferramenta estatística que permitisse a monitorização, controlo e estimação dos parâmetros através da entrada de dados “frescos”. Como não existiam dados suficientes para estimar os parâmetros do processo (média e desvio padrão) optou-se por aplicar cartas de controlo de “pequenas produções” (*short run*), mais precisamente as cartas  $\bar{Q}$ . Estas permitem actualizações em tempo real das estimativas dos valores da condutividade média da água à saída de cada captação.

Tendo por base os valores médios da condutividade da água de cada captação e as relações de abertura das válvulas / caudal, foi então desenvolvido um modelo estatístico que irá permitir estimar a condutividade da água à saída de cada reservatório.

Por último, procedeu-se à validação do algoritmo, recorrendo a análises laboratoriais das captações e das misturas das águas.

Considera-se que os SMAS de Almada irão beneficiar deste estudo na medida em que o modelo proposto irá permitir obter valores da condutividade esperada à saída dos reservatórios (onde se encontram as misturas das águas provenientes das diversas captações).

**Palavras-chave:** água para consumo humano; cartas *short run*; condutividade; controlo estatístico do processo





## Abstract

The water is an everlasting more important theme regarding current days. The quality of the water for human consumption is crucial for the evaluation of the development and well-fare of a nation. The current dissertation was developed at the Municipal Services of Water and Sanitation of Almada (SMAS – Almada) for the purpose of developing a statistic model, denominated of algorithm, which will allow controlling a highly important water quality parameter, the conductivity. This model will allow estimating the conductivity of water from 6 reservoir exits, extrapolating results from data collected from 32 captation points

The methodology adopted in this dissertation included four distinct phases: treatment and characterization of the historical data; application of control charts; formulation of a statistical model (algorithm) and its validation. The treatment phase and characterization of the historical data consisted in a first graphical analysis of the 32 data sets, outliers study and characterization of the series in terms of parameters of central tendency and dispersion.

The main goal of the second phase was to apply a statistical tool that would allow the monitorization, control and estimation of the “fresh” entry data parameters. Since no sufficient data for the estimation of the process parameters (average and standard deviation) existed, short run control charts, precisely  $\bar{Q}$  charts, were chosen. These allow real time updates of the water average conductivity value estimations at the each captation point.

Having in consideration the water average conductivity at each captation point and the valves opening / flow relations, a statistic model to allow the estimation of the water conductivity at the exit of each reservoir was developed.

Finally, the algorithm validation was performed resorting to laboratorial analyses of captations and mixtures of water.

It is considered that the Almada SMAS will benefit from this study, as this proposed model will allow the obtainment of expected conductivity values at the exit of each reservoirs (where there are mixtures of water from the various captation points).

**KeyWords:** water for human consumption; short run charts; conductivity; statistical process control



## **Abreviaturas**

Carta CUSUM	Carta de Somas Acumuladas
Carta D	Carta de Controlo de Diferenças
Carta EWMA	Carta da Média Exponencialmente Amortecida
ERSAR	Entidade Reguladora de Serviços de Águas e Resíduos
ETAR	Estação de Tratamento de Águas Residuais
IPAQ	Instituto Português de Acreditação
IRAR	Instituto Regulador de Águas e Resíduos
LC	Limite Central
LIC	Limite Inferior de Controlo
LSC	Limite Superior de Controlo
MAD	Modelo Iterativo que utiliza a mediana do desvio absoluto
MR	Amplitudes Móveis
PCQA	Plano de Controlo da Qualidade da Água
SMAS	Serviços Municipalizados de Água e Saneamento
SPC	Controlo Estatístico do Processo



## Simbologia

$C$	Valor crítico do teste de Grubbs
$C_{25^{\circ}C}$	Condutividade a 25°C
$c_A$	Caudal da captação A
$c_B$	Caudal da captação B
$c_N$	Caudal da captação N
$Cond. esp$	Condutividade esperada à saída do reservatório
$Cp$	Índice da capacidade potencial do processo
$Cp_k$	Índice da capacidade do processo
$CT$	Condutividade à temperatura T
$CV_r$	Coeficiente de variação da repetibilidade
$d_2, D_3, D_4$	Factores para a construção das cartas de controlo de variáveis
$f$	Factor de correcção determinado a partir de tabelas existentes para o efeito
$F_{v_1, v_2}(\bullet)$	Função de distribuição de Fisher com, $v_1$ e $v_2$ graus de liberdade
$G$	Estatística de teste definida para o teste de Grubbs
$G_v(\bullet)$	Função de distribuição t-student, com $v$ graus de liberdade
$n$	Dimensão de cada amostra
$N$	Número de dados (observações individuais)
$n_{ij}$	Número de determinações
$M_i$	Estatística para o z-score modificado
$MR$	Amplitude móvel
$MR_r$	Amplitude móvel determinada na observação $r$
$Q$	Variável adimensional Normalmente distribuída com $\mu=0$ e $\sigma^2=1$

$Q_{crítico}$	Valor tabelado para o teste de Dixon
$Q_{exp}$	Valor experimental referente ao método de Dixon
$Q_r$	Estatística $Q$ determinada no instante $r$
$p$	Número de padrões utilizados
$r$	Instante
$r_{rep}$	Limite de repetibilidade
$s$	Desvio padrão amostral
$S_{ij}^2$	Variância associada aos resultados para cada série de padrões
$S_{r-1}$	Desvio padrão das observações anteriores ao instante $r$
$S_r^2$	Variância amostral determinada no instante $r$
$S_{rj}$	Desvio padrão da repetibilidade
$S_{rj}^2$	Variância da repetibilidade
$t$	Distribuição t-Student, com nível de significância $\alpha/2$ e $(n - 2)$ graus de liberdade
$X$	Característica da Qualidade
$\bar{X}_A$	Condutividade média à saída da captação A
$\bar{X}_B$	Condutividade média à saída da captação B
$\tilde{X}_i$	Mediana de todos os valores $X_i$
$\bar{X}_N$	Condutividade média à saída da captação N
$X_r$	Observação no instante $r$
$\bar{X}_r$	Média determinada no instante $r$
$\bar{X}_{r-1}$	Média das observações anteriores ao instante $r$
$\bar{y}$	Média amostral
$y_0$	Valor suspeito (5%) ou valor aberrante (1%) do teste de Grubbs
$W_r$	Estatística $W$ no instante $r$
$\alpha$	Nível de significância ou risco do tipo I

$\Phi^{-1}(\bullet)$	Inverso da função de distribuição Normal
$\mu$	Média
$\nu$	Número de graus de liberdade
$\sigma$	Desvio Padrão
$\sigma^2$	Variância





# Índice Geral

<b>Agradecimentos</b> .....	v
<b>Sumário</b> .....	vii
<b>Abstract</b> .....	ix
<b>Abreviaturas</b> .....	xi
<b>Simbologia</b> .....	xiii
<b>Índice Geral</b> .....	xvii
<b>Índice de Figuras</b> .....	xix
<b>Índice de Tabelas</b> .....	xxiii
<b>Capítulo 1 – Introdução</b> .....	1
1.1 Enquadramento e Motivação .....	1
1.2 Objectivos.....	2
1.3 Estrutura da Dissertação .....	3
<b>Capítulo 2 - Caracterização dos SMAS de Almada</b> .....	5
2.1 Introdução.....	5
2.2 A Empresa.....	5
2.2.1 Organização da Empresa.....	6
2.3 Águas Residuais .....	7
2.4 Água de Consumo.....	7
2.4.1 Sistema de Abastecimento de Água .....	7
2.4.2 Controlo e Qualidade da Água .....	9
2.4.3 Laboratório de Água de Consumo .....	10
<b>Capítulo 3 – Fundamentos Teóricos</b> .....	13
3.1 Introdução.....	13
3.2 Estudo de <i>Outliers</i> .....	13
3.2.1 Métodos de Identificação de <i>Outliers</i> .....	16
3.3 Controlo Estatístico de “Pequenas Produções” .....	19
3.3.1 Cartas de Controlo Q .....	21
<b>Capítulo 4 – Metodologia de Aplicação</b> .....	25
4.1 Introdução.....	25

4.2 Condutividade .....	25
4.3 Metodologia Adoptada .....	28
4.3.1 Tratamento e Caracterização de dados históricos.....	28
4.3.2 Aplicação de Cartas de Controlo.....	29
4.3.3 Construção do Modelo Estatístico .....	30
4.3.4 Validação do Modelo Estatístico .....	31
<b>Capítulo 5 – Análise de Resultados .....</b>	<b>33</b>
5.1 Introdução.....	33
5.2 Análise dos Dados .....	33
5.2.1 Representação Gráfica .....	34
5.2.2 Estudo dos <i>Outliers</i> .....	36
5.2.3 Cartas Q .....	43
5.3 Algoritmo .....	50
5.4 Validação do Algoritmo .....	54
5.4.1 Diluições entre as águas provenientes das captações C18 e C28.....	56
5.4.2 Diluições entre a água proveniente da captação C18 e água destilada.....	60
5.4.3 Diluições entre a água proveniente da captação C28 e água destilada.....	63
<b>Capítulo 6 – Conclusões e Recomendações .....</b>	<b>69</b>
6.1 Conclusões.....	69
6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	70
<b>Bibliografia .....</b>	<b>73</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>75</b>
Anexo I - Dados Históricos das Captações.....	75
Anexo II – Representações gráficas dos valores das condutividades das captações .....	100
Anexo III - Cartas de Controlo Q .....	115
Anexo IV – Constantes – Métodos do estudo dos <i>outliers</i> .....	152

# Índice de Figuras

## Capítulo 2

Figura 2. 1 - Organograma dos SMAS de Almada .....	6
Figura 2. 2 - Rede de distribuição de Água nos SMAS – Almada .....	8

## Capítulo 4

Figura 4. 1 - Migração de iões em solução .....	26
Figura 4. 2 - Condutivímetro WTW inoLab Cond Level 2 .....	28
Figura 4. 3 - Identificação das quatro fases que constituem a metodologia adoptada.....	28
Figura 4. 4 - Esquema representativo da estatística $Q$ .....	30
Figura 4. 5 - Dados necessários à construção do modelo estatístico .....	31

## Capítulo 5

Figura 5. 1 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C18 .....	34
Figura 5. 2 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C28 .....	36
Figura 5. 3 - Carta $Q(X)$ da captação C18.....	44
Figura 5. 4 - Carta $Q(MR)$ da captação C18.....	45
Figura 5. 5 - Carta $Q(X)$ da captação C28.....	46
Figura 5. 6 - Carta $Q(MR)$ da captação C28.....	46
Figura 5. 7 - Carta $W(MR)$ da captação C28.....	47
Figura 5. 8 - Gráfico que dá a equação polinomial caso a percentagem de abertura da válvula seja inferior a 50%.....	52
Figura 5. 9 - Gráfico que dá a equação polinomial caso a percentagem de abertura da válvula seja superior a 50%.....	52
Figura 5. 10 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente às captações C18 e C28 .....	59
Figura 5. 11 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C18 e à água destilada .....	62
Figura 5. 12 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C28 e à água destilada .....	65

## Anexo II

Figura II. 1 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C1 .....	100
Figura II. 2 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C2 .....	100
Figura II. 3 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C3 .....	101

Figura II. 4 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C4 .....	101
Figura II. 5 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C5 .....	102
Figura II. 6 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C6 .....	102
Figura II. 7 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C7 .....	103
Figura II. 8 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C8 .....	103
Figura II. 9 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C9 .....	104
Figura II. 10 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C10 .....	104
Figura II. 11 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C11 .....	105
Figura II. 12 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C12 .....	105
Figura II. 13 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C13 .....	106
Figura II. 14 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C14 .....	106
Figura II. 15 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C15 .....	107
Figura II. 16 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C16 .....	107
Figura II. 17 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C17 .....	108
Figura II. 18 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C19 .....	108
Figura II. 19 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C20 .....	109
Figura II. 20 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C21 .....	109
Figura II. 21 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C22 .....	110
Figura II. 22 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C23 .....	110
Figura II. 23 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C24 .....	111
Figura II. 24 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C25 .....	111
Figura II. 25 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C26 .....	112
Figura II. 26 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C27 .....	112
Figura II. 27 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C29 .....	113
Figura II. 28 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C30 .....	113
Figura II. 29 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C31 .....	114
Figura II. 30 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C32 .....	114

### **Anexo III**

Figura III. 1 - Carta $Q(X)$ da captação C1 .....	115
Figura III. 2 - Carta $Q(MR)$ da captação C1 .....	115
Figura III. 3 - Carta $Q(X)$ da captação C2 .....	116
Figura III. 4 - Carta $Q(MR)$ da captação C2 .....	116
Figura III. 5 - Carta $Q(X)$ da captação C3 .....	117
Figura III. 6 - Carta $Q(MR)$ da captação C3 .....	117
Figura III. 7 - Carta $W(MR)$ da captação C3 .....	118
Figura III. 8 - Carta $Q(X)$ da captação C4 .....	118
Figura III. 9 - Carta $Q(MR)$ da captação C4 .....	119
Figura III. 10 - Carta $Q(X)$ da captação C5 .....	119

Figura III. 11 - Carta $Q(MR)$ da captação C5 .....	120
Figura III. 12 - Carta $W(MR)$ da captação C5 .....	120
Figura III. 13 - Carta $Q(X)$ da captação C6 .....	121
Figura III. 14 - Carta $Q(MR)$ da captação C6 .....	121
Figura III. 15 - Carta $Q(X)$ da captação C7 .....	122
Figura III. 16 - Carta $Q(MR)$ da captação C7 .....	122
Figura III. 17 - Carta $Q(X)$ da captação C8 .....	123
Figura III. 18 - Carta $Q(MR)$ da captação C8 .....	123
Figura III. 19 - Carta $Q(X)$ da captação C9 .....	124
Figura III. 20 - Carta $Q(MR)$ da captação C9 .....	124
Figura III. 21 - Carta $W(MR)$ da captação C9 .....	125
Figura III. 22 - Carta $Q(X)$ da captação C10 .....	125
Figura III. 23 - Carta $Q(MR)$ da captação C10 .....	126
Figura III. 24 - Carta $Q(X)$ da captação C11 .....	126
Figura III. 25 - Carta $Q(MR)$ da captação C11 .....	127
Figura III. 26 - Carta $W(MR)$ da captação C11 .....	127
Figura III. 27 - Carta $Q(X)$ da captação C12 .....	128
Figura III. 28 - Carta $Q(MR)$ da captação C12 .....	128
Figura III. 29 - Carta $Q(X)$ da captação C13 .....	129
Figura III. 30 - Carta $Q(MR)$ da captação C13 .....	129
Figura III. 31 - Carta $W(MR)$ da captação C13 .....	130
Figura III. 32 - Carta $Q(X)$ da captação C14 .....	130
Figura III. 33 - Carta $Q(MR)$ da captação C14 .....	131
Figura III. 34 - Carta $W(MR)$ da captação C14 .....	131
Figura III. 35 - Carta $Q(X)$ da captação C15 .....	132
Figura III. 36 - Carta $Q(MR)$ da captação C15 .....	132
Figura III. 37 - Carta $Q(X)$ da captação C16 .....	133
Figura III. 38 - Carta $Q(MR)$ da captação C16 .....	133
Figura III. 39 - Carta $Q(X)$ da captação C17 .....	134
Figura III. 40 - Carta $Q(MR)$ da captação C17 .....	134
Figura III. 41 - Carta $Q(X)$ da captação C19 .....	135
Figura III. 42 - Carta $Q(MR)$ da captação C19 .....	135
Figura III. 43 - Carta $Q(X)$ da captação C20 .....	136
Figura III. 44 - Carta $Q(MR)$ da captação C20 .....	136
Figura III. 45 - Carta $Q(X)$ da captação C21 .....	137
Figura III. 46 - Carta $Q(MR)$ da captação C21 .....	137
Figura III. 47 - Carta $W(MR)$ da captação C21 .....	138
Figura III. 48 - Carta $Q(X)$ da captação C22 .....	138
Figura III. 49 - Carta $Q(MR)$ da captação C22 .....	139
Figura III. 50 - Carta $Q(X)$ da captação C23 .....	139

Figura III. 51 - Carta $Q(MR)$ da captação C23.....	140
Figura III. 52 - Carta $Q(X)$ da captação C24.....	140
Figura III. 53 - Carta $Q(MR)$ da captação C24.....	141
Figura III. 54 - Carta $W(MR)$ da captação C24.....	141
Figura III. 55 - Carta $Q(X)$ da captação C25.....	142
Figura III. 56 - Carta $Q(MR)$ da captação C25.....	142
Figura III. 57 - Carta $W(MR)$ da captação C25.....	143
Figura III. 58 - Carta $Q(X)$ da captação C26.....	143
Figura III. 59 - Carta $Q(MR)$ da captação C26.....	144
Figura III. 60 - Carta $W(MR)$ da captação C26.....	144
Figura III. 61 - Carta $Q(X)$ da captação C27.....	145
Figura III. 62 - Carta $Q(MR)$ da captação C27.....	145
Figura III. 63 - Carta $W(MR)$ da captação C27.....	146
Figura III. 64 - Carta $Q(X)$ da captação C29.....	146
Figura III. 65 - Carta $Q(MR)$ da captação C29.....	147
Figura III. 66 - Carta $Q(X)$ da captação C30.....	147
Figura III. 67 - Carta $Q(MR)$ da captação C30.....	148
Figura III. 68 - Carta $Q(X)$ da captação C31.....	148
Figura III. 69 - Carta $Q(MR)$ da captação C31.....	149
Figura III. 70 - Carta $W(MR)$ da captação C31.....	149
Figura III. 71 - Carta $Q(X)$ da captação C32.....	150
Figura III. 72 - Carta $Q(MR)$ da captação C32.....	150
Figura III. 73 - Carta $W(MR)$ da captação C32.....	151

#### **Anexo IV**

Figura IV. 1 - Procedimento para o teste de Dixon.....	152
Figura IV. 2 - Tabela t-student.....	153

# Índice de Tabelas

## Capítulo 2

Tabela 2. 1 - Zonas de abastecimento por Freguesias .....	9
Tabela 2. 2 - Zona de abastecimento por centrais de produção .....	9
Tabela 2. 3 - Origens alternativas para abastecimento .....	9

## Capítulo 3

Tabela 3.1 - Cartas de controlo estatístico para "pequenas produções" (Pereira & Requeijo, 2008) .....	20
Tabela 3.2 - Limites de controlo das cartas Q .....	23
Tabela 3.3 - Limites de controlo e linha central da carta W .....	23
Tabela 3.4 - Limites de controlo da carta W .....	24

## Capítulo 4

Tabela 4. 1 - Pureza da água com base em sais dissolvidos .....	27
---	----

## Capítulo 5

Tabela 5. 1 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C18 .....	34
Tabela 5. 2 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C28 .....	35
Tabela 5. 3 - Valor experimental referente ao método de Dixon aplicado à captação C18 .....	36
Tabela 5. 4 - Valor tabelado para um intervalo de 95% e 15 observações .....	36
Tabela 5. 5 - Médias e desvio padrão amostrais associados à captação C18 .....	37
Tabela 5. 6 - Mediana da série de valores da captação C18 .....	37
Tabela 5. 7 - Mediana dos desvios absolutos em torno da mediana para a captação C18 .....	38
Tabela 5. 8 - Valor experimental referente ao método de Dixon aplicado à captação C18 .....	38
Tabela 5. 9 - Valor tabelado para um intervalo de 95% e 25 observações .....	38
Tabela 5. 10 - Valor tabelado para um intervalo de 99% e 25 observações .....	38
Tabela 5. 11 - Médias e desvio padrão amostrais associados à captação C28 .....	39
Tabela 5. 12 - Médias e desvio padrão amostrais associados à captação C28 (série limpa de outliers) .....	39
Tabela 5. 13 - Mediana da série de valores da captação C28 .....	39
Tabela 5. 14 - Mediana dos desvios absolutos em torno da mediana para a captação C28 .....	40
Tabela 5. 15 - Mediana da série de valores da captação C28 (série limpa de outliers) .....	40
Tabela 5. 16 - Quadro resumo do estudo dos outliers para as 32 captações .....	40
Tabela 5. 17 - Condutividades médias à saída de cada uma das 32 captações .....	48
Tabela 5. 18 - Resumo da análise das cartas $Q(X)$ , $Q(MR)$ e $W(MR)$ para as 32 captações ...	49

Tabela 5. 19 - Quadro resumo da água que cada reservatório pode conter .....	50
Tabela 5. 20 - Percentagem de abertura da válvula e caudal correspondente .....	51
Tabela 5. 21 - Condutividade das captações C18 e C28 para 3 frascos de água distintos .....	54
Tabela 5. 22 - Medições da condutividade para as captações C18 e C28 e ainda para a água destilada .....	54
Tabela 5. 23 - Estatística descritiva para a captação C18.....	55
Tabela 5. 24 - Estatística descritiva para a captação C28.....	55
Tabela 5. 25 - Estatística descritiva para a água destilada .....	55
Tabela 5. 26 - Condutividades correspondentes às 9 diluições entre as captações C18 e C28	56
Tabela 5. 27 - Média, desvio padrão, variância da série de valores, variância da repetibilidade, limite de repetibilidade e coeficiente de variação da repetibilidade para as 9 diluições feitas entre a captação C18 e C28 .....	58
Tabela 5. 28 - Condutividade esperada para as 9 diluições feitas entre as águas provenientes das captações C18 e C28 .....	58
Tabela 5. 29 - Condutividade média para cada percentagem de diluição referente às captações C18 e C28 .....	59
Tabela 5. 30 - Condutividades correspondentes às 5 diluições entre a água da captação C18 e a água destilada .....	60
Tabela 5. 31 - Média, desvio padrão, variância da série de valores, variância da repetibilidade, limite de repetibilidade e coeficiente de variação da repetibilidade para as 5 diluições feitas entre a água da captação C18 e a água destilada .....	61
Tabela 5. 32 - Condutividade esperada para as 5 diluições feitas entre a água proveniente da captação C18 e água destilada.....	61
Tabela 5. 33 - Condutividade média para cada percentagem de diluição referente à água da captação C18 e à água destilada.....	62
Tabela 5. 34 - Condutividades correspondentes às 5 diluições entre a água da captação C28 e a água destilada .....	63
Tabela 5. 35 - Média, desvio padrão, variância da série de valores, variância da repetibilidade, limite de repetibilidade e coeficiente de variação da repetibilidade para as 5 diluições feitas entre a água da captação C28 e a água destilada .....	64
Tabela 5. 36 - Condutividade esperada para as 5 diluições feitas entre a água proveniente da captação C28 e água destilada.....	65
Tabela 5. 37 - Condutividade média para cada percentagem de diluição referente à água da captação C28 e à água destilada.....	65

## **Anexo I**

Tabela I. 1 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C1 .....	75
Tabela I. 2 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C2 .....	76
Tabela I. 3 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C3 .....	77
Tabela I. 4 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C4 .....	78



Tabela I. 5 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C5 .....	79
Tabela I. 6 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C6 .....	80
Tabela I. 7 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C7 .....	81
Tabela I. 8 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C8 .....	82
Tabela I. 9 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C9 .....	83
Tabela I. 10 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C10 .....	84
Tabela I. 11 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C11 .....	85
Tabela I. 12 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C12 .....	86
Tabela I. 13 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C13 .....	86
Tabela I. 14 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C14 .....	87
Tabela I. 15 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C15 .....	87
Tabela I. 16 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C16 .....	88
Tabela I. 17 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C17 .....	89
Tabela I. 18 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C19 .....	90
Tabela I. 19 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C20 .....	91
Tabela I. 20 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C21 .....	92
Tabela I. 21 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C22 .....	93
Tabela I. 22 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C23 .....	94
Tabela I. 23 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C24 .....	94
Tabela I. 24 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C25 .....	95
Tabela I. 25 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C26 .....	96
Tabela I. 26 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C27 .....	97
Tabela I. 27 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C29 .....	98
Tabela I. 28 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C30 .....	98
Tabela I. 29 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C31 .....	99
Tabela I. 30 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C32 .....	99



# Capítulo 1 – Introdução

## 1.1 Enquadramento e Motivação

A água, como recurso natural que é, possui um grande valor económico, social e ambiental, sendo essencial à subsistência e ao bem-estar humano e dos ecossistemas. Pode dizer-se que é um bem precioso a toda a humanidade.

Ao longo de muitos anos acreditou-se que a água era um recurso infinito e renovável, pois dava a entender que existia na Natureza em grande abundância. No entanto, em todo o planeta Terra apenas 1% de água está disponível para uso, pois a grande percentagem de água existente é salgada (cerca de 97,5%) e a restante encontra-se em locais inatingíveis.

Actualmente, a má utilização e a crescente procura deste recurso, transformou-se numa preocupação geral, uma vez que, cada vez existe menos água potável no planeta.

Como tal, este tema possui extrema importância nos dias que correm.

A Qualidade tem desempenhado, cada vez mais, um papel essencial nas organizações. A qualidade da água para consumo humano é um indicador fundamental para a avaliação do desenvolvimento de uma nação e do bem-estar da sua população. O intuito é obter uma água com grande qualidade, de forma a satisfazer as necessidades dos consumidores.

A água contém, normalmente, diversos componentes que provêm do próprio ambiente natural ou que foram introduzidas por actividades humanas. Por forma a caracterizar uma água são determinados diversos parâmetros, que representam as suas características físicas, químicas e biológicas. Estes parâmetros são indicadores da qualidade da água e são considerados impurezas sempre que alcançam valores superiores aos estabelecidos para um determinado uso. Foi sugerido pela empresa onde se desenvolveu este trabalho, que o parâmetro em estudo nas análises das águas fosse a condutividade, isto é, a capacidade de conduzir corrente eléctrica. Este parâmetro está relacionado com a presença de iões dissolvidos na água. Quanto maior for a quantidade de iões dissolvidos na água, maior será a condutividade da água.

O presente estudo foi desenvolvido nos Serviços Municipalizados de Água e Saneamento de Almada (SMAS de Almada). Esta empresa tem como objectivo a captação, o transporte, o tratamento e a distribuição da água para consumo, assim como, a recolha, a drenagem e o tratamento das águas residuais produzidas no Concelho de Almada.

Para o controlo da qualidade de diversos parâmetros da água podem ser vários os métodos estatísticos aplicados, desde métodos univariados a multivariados. Embora pouco frequente, é possível encontrar algumas referências à aplicação de controlo estatístico do processo (SPC), através da utilização de cartas de controlo, ao controlo de parâmetros da água para consumo

humano. Os autores MacCarthy e Thananya (2002) apresentaram, num artigo de revisão, várias aplicações de cartas de controlo em diversas áreas onde é possível encontrar algumas referências ligadas ao controlo de águas. Os desenvolvimentos mais recentes ligados ao SPC dizem respeito às “pequenas produções” e caracterizam-se por controlarem processos onde a capacidade de produção é baixa e diversificada, assim como adaptam-se ao controlo conjunto de diferentes produtos. Na literatura não é encontrada qualquer referência à aplicação do controlo estatístico de “pequenas produções” (*short run*) no estudo do controlo de águas. Como tal, a presente dissertação foca-se no estudo e aplicação de cartas  $\bar{Q}$ , mais precisamente, cartas  $\bar{Q}$  para observações individuais e amplitudes móveis, ao controlo da condutividade da água dos SMAS de Almada.

Um aspecto importante a salientar é que se faz uma adaptação do processo industrial a um processo que não pode ser controlado pelo factor humano, pois depende da natureza.

Todos os aspectos mencionados anteriormente são a base da motivação que levaram ao desenvolvimento do modelo estatístico para o controlo da condutividade da água dos SMAS de Almada. O controlo estatístico de “pequenas produções” representa uma mais-valia, sendo uma ferramenta poderosa sempre que não existem dados suficientes para estimar os parâmetros do processo, como é o caso. Considera-se que os Serviços Municipalizados de Água e Saneamento de Almada irão beneficiar deste estudo na medida em que o modelo que se pretende desenvolver na presente dissertação permitirá facilmente obter valores esperados para a condutividade média da água à saída de cada captação, bem como da condutividade esperada à saída dos reservatórios (onde se encontram as misturas das águas provenientes das diversas captações).

## **1.2 Objectivos**

A presente dissertação tem como principal objectivo o desenvolvimento de um modelo estatístico, designado algoritmo, que irá permitir controlar os valores da condutividade da água dos SMAS de Almada.

Pretende-se monitorizar e controlar os valores da condutividade da água à saída de cada captação através do desenvolvimento e aplicação de ferramentas baseadas em métodos estatísticos, como sejam as cartas de controlo.

Tendo por base dados históricos facultados pelos SMAS de Almada, pretende-se identificar a existência de possíveis comportamentos/padrões nos valores da condutividade da água proveniente das várias captações.

Por último pretende-se obter estimativas da condutividade da água à saída de 6 reservatórios, com base em dados recolhidos em 32 captações.

### 1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação é constituída por 6 capítulos que são caracterizados pelo seguinte:

Capítulo 1 – **Introdução**: apresentam-se as motivações que levaram à realização do presente trabalho, bem como a definição das principais metas a que este se propõe. Este capítulo descreve toda a estrutura da dissertação e ainda faz um resumo de todos os pontos fundamentais de cada um dos capítulos, por forma a facilitar a compreensão de todo o texto.

Capítulo 2 – **Caracterização dos SMAS de Almada**: pretende-se dar a conhecer a empresa que serviu de base à investigação prática da presente dissertação.

Capítulo 3 – **Fundamentos Teóricos**: são apresentados todos os fundamentos teóricos essenciais ao estudo de *outliers*, dando especial relevância ao método de Dixon, método de Grubbs e método iterativo MAD. Refere-se ainda a aplicação do Controlo Estatístico de “Pequenas Produções”, dando particular atenção às Cartas  $\bar{Q}$ , nomeadamente Cartas  $\bar{Q}$  para observações individuais e amplitudes móveis.

Capítulo 4 – **Metodologia Aplicada**: tem como objectivo efectuar uma ligação entre a revisão bibliográfica (Capítulo 3) e a análise de resultados (Capítulo 5) explicando todos os passos seguidos. A metodologia adoptada compreende quatro fases distintas: tratamento e caracterização dos dados históricos; aplicação de cartas de controlo; construção do modelo estatístico e validação deste. Este capítulo dá ainda a conhecer o parâmetro em estudo na presente dissertação, isto é, a condutividade.

Capítulo 5 – **Análise de Resultados**: consiste na aplicação e validação da metodologia proposta no capítulo 3. É ainda desenvolvido e validado o algoritmo.

Capítulo 6 – **Conclusões e Recomendações**: apresenta as conclusões finais da análise de resultados e as recomendações, que se devem ter em conta neste âmbito, para trabalhos futuros.



## **Capítulo 2 - Caracterização dos SMAS de Almada**

### **2.1 Introdução**

No presente capítulo faz-se uma breve apresentação da empresa que serviu de suporte à elaboração da presente dissertação. As águas residuais e para consumo humano são igualmente abordadas, embora se tenha dado maior ênfase às águas para consumo humano. Dentro das águas para consumo é feita uma apresentação do sistema de abastecimento, assim como do controlo e da qualidade da água para consumo.

### **2.2 A Empresa**

A empresa onde se desenvolveu a presente dissertação foi os Serviços Municipalizados de Água e Saneamento de Almada, mais conhecida por SMAS de Almada. Estes serviços foram criados na década de cinquenta e têm como objectivo a captação, transporte, tratamento e distribuição da água para consumo, assim como a recolha, a drenagem e o tratamento das águas residuais produzidas no Concelho de Almada.

Hoje em dia, os SMAS de Almada fornecem água a mais de 160 mil habitantes, dispersos pelas 11 freguesias do Concelho – Almada, Cacilhas, Caparica, Charneca de Caparica, Costa da Caparica, Cova da Piedade, Feijó, Laranjeiro, Pragal, Sobreda e Trafaria – e têm contratos de fornecimento de água e recolha de águas residuais com mais de 106 mil clientes, entre os quais, habitações familiares, empresas e instituições. A taxa de cobertura das necessidades dos consumidores é de 100%.

Com o intuito de uma melhor prestação de serviço, os SMAS de Almada têm investido, fundamentalmente na:

- Construção de infraestruturas eficazes e bem dimensionadas, nomeadamente, estações de tratamento de águas residuais, furos de captação, reservatórios e estações elevatórias de água;
- Alteração de processos de trabalho e monitorização, designadamente, a implementação da telegestão e de outras tecnologias de informação de apoio aos processos administrativos;
- Admissão de técnicos qualificados e equipamentos especializados para variadas áreas dos serviços.

### 2.2.1 Organização da Empresa

Os Serviços Municipalizados de Água e Saneamento são um serviço público de interesse local, providos de autonomia técnica, organizativa, administrativa e financeira e estudados sob a forma industrial, no quadro da organização municipal.

Os SMAS de Almada são geridos por um Conselho de Administração (constituído pelo presidente e pelos vogais nomeados pela Câmara Municipal) e compostos por seis departamentos.

O Departamento de Gestão de Redes de Água, Drenagem e Logística dispõe de 180 pessoas e representa cerca de 36% da população total dos SMAS de Almada. Seguidamente com maior número de pessoas encontram-se o Departamento Administrativo e Financeiro, o Departamento de Produção e Controlo da Qualidade da Água e o Departamento de Tratamento de Águas Residuais dispoendo, respectivamente, de 96 (21%), 70 (14%) e 46 (9%) trabalhadores. As restantes unidades orgânicas dispõem de cerca de 20% dos trabalhadores dos Serviços.

Em 31 de Dezembro de 2011 tinham 496 pessoas a trabalhar.

O organograma dos SMAS de Almada está representado na Figura 2. 1.

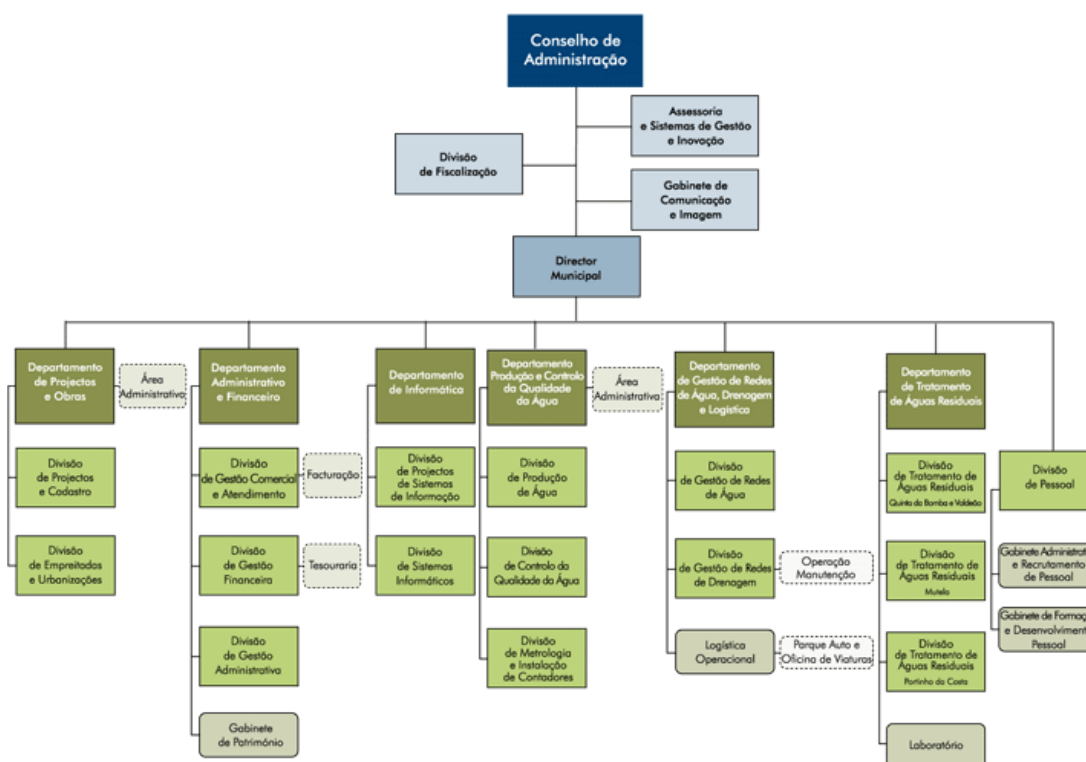


Figura 2. 1 - Organograma dos SMAS de Almada



## **2.3 Águas Residuais**

Relativamente às águas residuais, a rede de drenagem doméstica e pluvial estende-se por cerca de 1017 Km. As águas residuais, recolhidas em três subsistemas (Costa da Caparica - Trafaria, Almada e Corroios) são drenadas para uma das quatro estações de tratamento (ETAR) em funcionamento, onde irão sofrer processos de tratamento sólido, líquido e gasoso, antes de serem devolvidas ao meio receptor. Essas ETAR asseguram o tratamento de todas as águas residuais produzidas no concelho de Almada, bem como, parte do concelho do Seixal.

No Laboratório de Águas Residuais é avaliada a eficiência dos processos de tratamento, com base na realização de um programa de controlo analítico. Este programa considera a determinação de parâmetros físico-químicos e microbiológicos, visando o controlo de eficiência das várias fases do processo de tratamento e a rejeição dos efluentes.

## **2.4 Água de Consumo**

### **2.4.1 Sistema de Abastecimento de Água**

A água captada e distribuída no concelho de Almada é unicamente de origem subterrânea. O sistema de abastecimento de água abrange as seguintes actividades: captação, adução, reserva, distribuição e controlo da qualidade.

A captação é efectuada através de 33 furos subterrâneos, com profundidades que variam entre 120 e os 540 m. Os furos de captação estão localizados particularmente em três zonas do concelho do Seixal: Quinta da Bomba (Miratejo), Corroios e Vale de Milhaços. No conjunto, estes furos representam 93% do total da água consumida em Almada.

A adução (transporte de água das zonas de captação para os reservatórios) é feita com base num sistema de condutas, com 84 Km de comprimento e diâmetros variáveis entre Ø200 e Ø600 mm, e ainda, 9 estações elevatórias. A água captada é transportada até uma das três estações elevatórias primárias: Vale de Milhaços, Corroios e Quinta da Bomba. A partir da estação primária, a água é elevada através de uma estação elevatória, para um reservatório, a partir do qual é distribuída com base nas necessidades da zona do Concelho. Hoje em dia existem seis estações elevatórias secundárias: Feijó, Lazarim, Laranjeiro, Pragal, Raposo e Cassapo.

A reserva de água (destinada a assegurar o abastecimento em condições de segurança e corresponder às oscilações do consumo) é composta por 25 reservatórios com 42 células (Figura 2. 2), com uma capacidade total de 85.350 m<sup>3</sup>/dia de água.

A distribuição de água é assegurada por 15 sistemas de condutas com cerca de 882 Km de extensão e diâmetros que variam entre os Ø50 e Ø450 mm.



Figura 2. 2 - Rede de distribuição de Água nos SMAS – Almada

Legenda:

Brielas	Pragal	Feijó
Lazarim(elevado)	Lazarim(apoiado)	Pica Galo(nível alto)
Cassapo	Pica Galo (nível baixo)	Fonte Santa
Feijó	Raposo	Laranjeiro(elevado)
Murfacém e Trafaria	Laranjeiro (apoiado)	Cristo Rei

Genericamente pode-se descrever o funcionamento do sistema da seguinte forma: a água extraída da captação é elevada, na estação elevatória, para um reservatório a partir do qual é distribuída por gravidade ao núcleo populacional ou zona de influência, conforme a legenda apresentada acima.

Na Tabela 2.1, Tabela 2.2 e Tabela 2.3 encontram-se especificadas as zonas de abastecimento por freguesias, zonas de abastecimento por centrais de produção e outras alternativas para abastecimento, respectivamente

Tabela 2. 1 - Zonas de abastecimento por Freguesias

Zona de Abastecimento	Freguesias
ZA1	Almada, Pragal, Cacilhas e Cova da Piedade (nordeste)
ZA2	Laranjeiro, Cova d Piedade e Feijó (norte)
ZA3	Feijó e Laranjeiro
ZA4	Costa da Caparica, Sobreira, Trafaria e Caparica
ZA5	Charneca da Caparica e Costa da Caparica

Tabela 2. 2 - Zona de abastecimento por centrais de produção

Zona de Abastecimento	Centrais de Produção
ZA1	Corroios
ZA2	Quinta da Bomba
ZA3	Feijó
ZA4	Vale de Milhões
ZA5	Cassapo

Tabela 2. 3 - Origens alternativas para abastecimento

Zona de Abastecimento	Origens Alternativas
ZA1	ZA2, ZA4
ZA2	ZA1, ZA3
ZA3	ZA2, ZA4
ZA4	ZA1, ZA3, ZA5
ZA5	ZA4

Na presente dissertação, a zona de abastecimento em estudo é a 4 (ZA4).

#### 2.4.2 Controlo e Qualidade da Água

Como foi referido anteriormente, a água captada e distribuída no concelho de Almada é somente de origem subterrânea. Com o intuito de desinfetar a água captada é adicionado, nas estações elevatórias primárias, cloro gasoso, na quantidade adequada às características e volume da água.

Os SMAS elaboram um programa de controlo da qualidade da água (PCQA) que incide sobre o sistema de distribuição de água do concelho de Almada, com colheitas regulares em 465

pontos estratégicos (torneiras de consumidores finais) do sistema de abastecimento de água, que é submetido à Entidade Reguladora de Serviços de Águas e Resíduos (ERSAR), que o aprova anualmente, com base no Artigo 14º do Decreto-Lei n.º 306/2007, de 27 de Agosto.

Simultaneamente efectua um controlo operacional nas captações de água, nas centrais de abastecimento, nos reservatórios de distribuição e elevação e em outros pontos estratégicos do sistema.

Para o programa de controlo operacional, os SMAS de Almada possuem um laboratório próprio e pessoal qualificado. Em relação ao controlo da qualidade da água contratam laboratórios acreditados pelo Instituto Português de Acreditação (IPAC).

Todas as determinações são realizadas de acordo com a lei, nomeadamente no que se refere a parâmetros, frequência, periodicidade e métodos analíticos.

### **2.4.3 Laboratório de Água de Consumo**

Desde 1988, os SMAS de Almada estão equipados com um laboratório para a análise da água de consumo humano.

Inicialmente, o Laboratório de Água de Consumo dedicou-se quase exclusivamente a preparar o material de colheita e a entregar as amostras em laboratórios contratados. No entanto, veio a adquirir competências próprias na realização de vários ensaios, com a contratação de técnicos qualificados e aquisição de equipamentos específicos.

Actualmente, o laboratório dispõe de uma equipa de 6 profissionais, que realizam de acordo com o PCQA (Plano de Controlo de Qualidade da Água) aprovado pelo IRAR (Instituto Regulador de Águas e Resíduos), a colheita das amostras para análise e os respectivos ensaios físicos, químicos e microbiológicos. Este plano é obrigatório e definido anualmente. Os ensaios são feitos de acordo com métodos normalizados e aplicam-se à água da rede de distribuição dos SMAS de Almada, destinada ao consumo humano.

Além das análises referidas, são efectuados ensaios que não estão previstos no referido plano. Estes ensaios contemplam águas provenientes de furos de captação, reservatórios e centrais de abastecimento de elevação primárias e secundárias da rede dos SMAS de Almada.

O laboratório efectua anualmente mais de 17.000 determinações, no âmbito do controlo da qualidade da água exigido pela legislação em vigor.

O laboratório implementou o Sistema de Garantia de Qualidade, participa em ensaios interlaboratoriais (nacionais e europeus) nas áreas da química e microbiologia de águas de consumo, e prepara a candidatura à acreditação da Qualidade pela Norma NP EN ISO 17025:2005 (que estabelece os requisitos gerais de competência para laboratórios de ensaio e calibração).

Foi implementado também pelo laboratório um sistema de gestão da qualidade de acordo com a norma NP EN ISO 9001:2000.



## Capítulo 3 – Fundamentos Teóricos

### 3.1 Introdução

Neste capítulo é efectuada uma descrição teórica sobre o estudo de *outliers* e controlo estatístico de “pequenas produções”.

Relativamente ao estudo dos *outliers* é feita uma breve descrição do que vários autores entendem por este conceito, bem como é mencionado o procedimento a ter em conta quando são identificados os *outliers*. São ainda descritos três métodos de identificação de *outliers*: Dixon, Grubbs e MAD, uma vez que estes irão ser utilizados na análise de resultados.

No que diz respeito ao controlo estatístico de “pequenas produções” (*short run*) são referenciadas as cartas de controlo  $\bar{Q}$ , que são utilizadas quando não existem dados suficientes para estimar os parâmetros do processo, média e desvio padrão. Para tal é feita uma descrição das cartas  $\bar{Q}$  para observações individuais e amplitudes móveis.

### 3.2 Estudo de Outliers

Qualquer investigador já se deparou com um conjunto de dados onde algumas observações se afastam demasiado das restantes, dando a ideia que foram geradas por um mecanismo diferente. O estudo destas observações é de extrema importância, uma vez que, segundo Muñoz-Garcia *et al.*(1990), "uma das importantes etapas, em qualquer análise estatística de dados, é estudar a qualidade das observações...".

São designadas por *outliers*, as observações que apresentam um grande afastamento das restantes ou são incoerentes com elas. Definir *outlier* não é fácil. De acordo com Rousseuw e Zomeren (1990), "*outliers* são observações que não seguem o padrão da maioria dos dados."

Grubbs (1969) define *outlier* como uma observação que parece desviar-se, acentuadamente, dos restantes membros da amostra em que ocorre.

Segundo Beckman e Cook (1983), as observações, que na opinião do investigador, se distinguem da maior parte dos dados foram chamados de "*outliers*", "observações discordantes", "valores desonestos", "contaminantes", "valores surpreendentes", "rebeldes" ou até mesmo "dados sujos".

Para Muñoz-Garcia *et al.* (1990), um *outlier* é uma observação que, sendo atípica e/ou errada afasta-se decididamente do comportamento geral dos dados experimentais.

Barnett e Lewis (1994) definem um *outlier*, num conjunto de dados, como uma observação (ou subconjunto de observações) que parece ser incompatível com o restante conjunto de dados.

Das definições anteriores é possível concluir que um *outlier* é caracterizado pela sua relação com as restantes observações da amostra. O seu distanciamento em relação a essas observações é indispensável para se fazer a sua caracterização. Estas observações são também chamadas de “anormais”, contaminantes, estranhas, extremas ou aberrantes.

A preocupação com observações deste género surgiu nas primeiras tentativas de estudar um conjunto de dados. Inicialmente pensava-se que a sua eliminação da análise seria a melhor forma de lidar com os *outliers*. Contudo, as opiniões não eram unânimes, uma vez que, uns defendiam a rejeição das observações, enquanto outros sustentavam que os *outliers* nunca deveriam ser rejeitados apenas por parecerem inconsistentes com os restantes dados e que todas as observações deveriam contribuir de igual forma para o resultado final.

Para decidir o que deverá ser feito aos *outliers* é necessário ter conhecimento das causas que originam o seu aparecimento, que em muitos casos determinam a forma como estas observações devem ser tratadas. As principais causas que conduzem ao aparecimento dos *outliers* são: erros de medição, erros de execução e variabilidade inerente dos elementos da população.

O estudo de *outliers*, independentemente da(s) sua(s) causa(s), deve ser realizado em três fases distintas:

A **fase I** (fase inicial) é a fase onde se identificam as observações que são potencialmente aberrantes. A identificação de *outliers* baseia-se na detecção, a partir de métodos subjectivos, das observações anómalas. Assim, a identificação é feita, em regra, por análise gráfica ou, no caso de um pequeno número de dados, por observação directa dos mesmos. Deste modo são identificadas as observações que podem vir a ser chamadas de *outliers*.

A **fase II** (segunda fase) tem o intuito de avaliar concreta e objectivamente os potenciais valores anómalos (*outliers*), ou seja, pretende-se saber se as observações identificadas como possíveis *outliers* o são de facto. Para tal, são efectuados testes estatísticos à ou às observações “assinaladas”. Caso se verifique que algumas observações podem ser designadas como *outliers*, estas podem ser consideradas como valores aberrantes ou suspeitos, atendendo ao grau de afastamento.

A **fase III** (última fase) tem o objectivo de decidir o que fazer com os *outliers*. A maneira mais fácil de lidar com estas observações é eliminá-las, contudo, apesar de ser uma abordagem muito utilizada, não é aconselhada. Só é justificável caso os *outliers* sejam devidos a erros cuja correcção não é recomendável. Assim sendo, as observações consideradas *outliers* devem ser tratadas com algum cuidado, uma vez que podem conter informação útil sobre características subjacentes aos dados em estudo.

Alternativamente à eliminação dos *outliers* pode-se tentar “viver” com eles. A acomodação passa pela inclusão de todas as observações, abrangendo também os possíveis *outliers*. Além



de existirem ou não *outliers*, constrói-se uma protecção contra eles. Assim, são efectuadas modificações no modelo básico e/ou nos métodos de análise. Aos *outliers* é atribuído um peso reduzido. Ao serem menosprezadas, estas observações não influenciam demasiado o valor das estimativas dos parâmetros. Esta abordagem passa pela depreciação das observações aberrantes que poderiam, eventualmente, influenciar os resultados.

Entre identificação e acomodação, a primeira parece ser a de maior importância, uma vez que, os métodos de acomodação requerem grande informação sobre a geração dos *outliers* e são criados com o intuito de serem imunes à presença desse tipo de observação. Como tal, os métodos de acomodação tendem a esconder ou menosprezar informação fundamental contida nos dados. Pelo contrário, os métodos de identificação dão a conhecer essa informação e apresentam as características do conjunto de dados em análise.

O estudo de *outliers*, como tema importante e interessante que é, continua a ocupar muitos investigadores das mais diversas áreas. A detecção de *outliers* em amostras univariadas é um dos tópicos mais relevantes na literatura estatística. Os trabalhos mais interessantes são da autoria de Anscombe (1960), Grubbs (1969), Tietjen e Moore (1972), Rosner (1975), Cook (1977), Brant (1990), os livros de Barnett e Lewis (1994) e Hawkins (1980), bem como o artigo de Beckman e Cook (1983).

Por outro lado, menos trabalho foi desenvolvido relativamente aos *outliers* multivariados. Um *outlier* multivariado é uma observação que apresenta um "grande" afastamento das restantes no espaço  $p$ -dimensional definido por todas as variáveis. Contudo, um *outlier* multivariado não necessita ter valores anómalos em qualquer uma das variáveis.

Ao estudar os *outliers* multivariados, além da detecção e teste formal das observações aberrantes relativamente ao modelo básico e utilização de métodos de acomodação na inferência, é necessário utilizar um princípio de ordenação das observações com o objectivo de expressar o seu nível de aberração (afastamento). O intuito é transformar as observações multivariadas, de dimensão  $p$ , num escalar. Usualmente, com este tipo de transformação, perde-se alguma informação.

A principal razão, pelo facto de nas últimas décadas se ter dado alguma atenção a este tema, parece ser o acréscimo de dificuldade com a mudança de uma amostra univariada para uma multivariada. Muitas das primeiras propostas para a identificação de *outliers* multivariados dizem respeito a métodos baseados na análise gráfica. As contribuições mais importantes são devidas a Gnanadesikan (1977), Atkinson (1981), Rousseeuw e Zomeren (1990) e Hadi (1992).

Os *outliers* têm algumas aplicações práticas como por exemplo:

- Detecção de fraudes;
- Detecção de intrusões;
- Perturbações em ecossistemas;

- Saúde Pública;
- Medicina;
- Marketing;
- Entre outras.

### 3.2.1 Métodos de Identificação de *Outliers*

Existem vários métodos para a detecção de *outliers*, como por exemplo:

- Método de Interquartil (Gráfico de Box-Plot);
- Método de Dixon;
- Método do Intervalo de Confiança;
- Método de Grubbs;
- Método dos Z-Scores;
- Método MAD.

No entanto, no presente capítulo, optou-se por desenvolver apenas os métodos Dixon, de Grubbs e MAD, por terem sido os utilizados na análise de resultados, mais concretamente no tratamento e caracterização dos dados históricos, facultados pelos SMAS.

#### 3.2.1.1 Método de Dixon

O método de Dixon é aplicado principalmente para pequenos conjuntos de dados. Efstathiou (2006) refere que este teste se baseia no cálculo do valor experimental  $Q$ , definido como a razão dada pela distância do valor suspeito a partir do seu vizinho mais próximo, dividido pelo intervalo dos valores. No entanto, segundo Massart *et al.* (1997), este teste tem algumas restrições, como o mascaramento de múltiplos *outliers*.

Segundo Meier e Zünd (1993), a popularidade do teste de Dixon, relativamente a outros métodos mais versáteis de identificação de *outliers* deve-se à sua simplicidade. Uma distribuição Normal (Gaussiana) é assumida e o teste pode ser aplicado apenas uma vez num conjunto particular de observações.

Assim sendo, o método de Dixon tem como pressuposto que, todos os indivíduos que fazem parte da amostra resultam de uma única população que segue a lei de probabilidade de Gauss, com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . De acordo com Otto (1999), este teste pode ser aplicado mesmo quando estão disponíveis poucos dados. Se  $n$  for o tamanho da amostra (isto é, o número de observações ou repetições), os correspondentes  $n$ -valores são dispostos por ordem crescente  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Deve-se supor a hipótese que o menor valor ( $x_1$ ) ou o maior valor ( $x_n$ ) são suspeitos como valores *outliers*. Posteriormente deve ser calculado o valor  $Q$  de acordo com o número de resultados a validar, ou seja:

- Se  $2 < n < 8$ , o valor  $Q$  obtém-se a partir de:

$$Q = \text{máximo} \left\{ \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}, \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1} \right\} \quad (3.1)$$

- Se  $7 < n < 13$ , o valor  $Q$  obtém-se por:

$$Q = \text{máximo} \left\{ \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}, \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2} \right\} \quad (3.2)$$

- Se  $12 < n$ , o valor  $Q$  obtém-se através de:

$$Q = \text{máximo} \left\{ \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}, \frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_3} \right\} \quad (3.3)$$

Segundo Kanji (1993), se o valor experimental ( $Q_{exp}$ ) obtido exceder o valor tabelado ( $Q_{critico}$ ) para um nível de confiança de 95%, então o valor é identificado como suspeito. Por outro lado, caso o valor experimental obtido exceda o valor tabelado para um nível de confiança de 99%, o valor é identificado como aberrante.

### 3.2.1.2 Método de Grubbs

De acordo com Grubbs (1969) e Stefansky (1972), o método de Grubbs é utilizado para detectar outliers num conjunto de dados univariado, que segue uma distribuição aproximadamente Normal. O teste de Grubbs é um teste não paramétrico que detecta um *outlier* de cada vez (processo iterativo). Este *outlier* é então removido do conjunto de dados e o teste é aplicado de forma que não sejam detectados mais *outliers*. No entanto, várias iterações alteram as probabilidades de detecção. O teste não deve ser usado para dimensões de amostra iguais ou inferiores a 6, uma vez que identifica a maioria dos pontos como *outliers*.

O teste de Grubbs está definido para o teste de hipóteses:

$H_0$ : Não há *outliers* no conjunto de dados;

$H_1$ : Há pelo menos um *outlier* no conjunto de dados.

Segundo Grubbs (1950), a estatística de teste está definida como:

$$G = \frac{|y_0 - \bar{y}|}{s} \quad (3.4)$$

Onde  $\bar{y}$  e  $s$  denotam a média e o desvio padrão amostrais, respectivamente, e  $y_0$  corresponde ao valor suspeito (5%) ou valor aberrante (1%).

O valor crítico do teste de Grubbs é dado por

$$C = \frac{n-1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)}^2}{n-2 + t_{(\frac{\alpha}{2}, n-2)}^2}} \quad (3.5)$$

em que

$n$  – dimensão da amostra a tratar;

$t$  – distribuição t-Student, com nível de significância  $\alpha/2$  e  $(n - 2)$  graus de liberdade.

Grubbs (1950) refere que, caso  $G \geq C$ , então considera-se a existência de um *outlier*.

### 3.2.1.3 Método Iterativo MAD (ou z-score modificado)

A mediana é uma medida de tendência central que pode ser usada em substituição ao valor da média. Para a sua determinação, os dados são dispostos por ordem crescente e a mediana corresponde ao valor que parte a série exactamente ao meio. Pressupondo que os dados, por ordem crescente de grandeza são,  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , a mediana será igual a  $\frac{x_{n+1}}{2}$  caso  $n$  seja

ímpar e será o resultado de uma média simples entre os elementos,  $\frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+1}}{2}}{2}$ , no caso de  $n$  ser par.

A mediana dos desvios absolutos em torno da mediana (MAD) pode ser calculada como:

$$MAD = \text{mediana} \{|x_i - \tilde{x}_i|\} \quad (3.6)$$

Onde,  $\tilde{x}_i$  é a mediana de todos os valores  $x_i$ , isto é, todas as medições.

Dois estimadores são utilizados no método z-score, a média e o desvio padrão da amostra, podendo estes serem afectados por alguns valores extremos ou até mesmo por um único valor extremo. Para evitar este problema, a mediana e a mediana dos desvios absolutos em torno da mediana (MAD) são usadas no método z-score modificado em vez da média e do desvio padrão da amostra, respectivamente.

Iglewicz e Hoaglin (1993) propuseram a equação (3.7)

$$M_i = \frac{0,6745 (x_i - \tilde{x}_i)}{MAD} \quad (3.7)$$

onde:

$M_i$  – estatística para o z-score modificado;

$\tilde{x}_i$  – mediana;

$MAD$  – mediana dos desvios absolutos em torno da mediana.

O coeficiente 0,6745 é usado para assegurar, mais ou menos, o mesmo nível de significância como é usual no caso da distribuição Normal.

Segundo Iglewicz e Hoaglin (1993), sempre que um valor de  $M_i$  for superior a 3,5, o correspondente valor é considerado um *outlier*, isto é:

$$|M_i| > 3,5 \text{ Foi identificado um outlier}$$

### 3.3 Controlo Estatístico de “Pequenas Produções”

Hoje em dia, as empresas têm cada vez mais a necessidade de tentarem minimizar os custos, com o intuito de aumentarem a competitividade dos seus produtos. Para tal, a estratégia usada passa pela produção e venda imediata dos produtos, reduzindo assim, a existência de *stocks* que é considerada um desperdício com encargos financeiros indesejáveis.

Muitos dos atuais sistemas produtivos possuem uma grande variedade de produtos e baixos volumes de produção. A implementação do controlo estatístico do processo, nestes casos, manifesta algumas limitações, visto que, as técnicas tradicionais foram criadas para produções em larga escala. Assim, a implementação do controlo estatístico de “pequenas produções” (*short run*) necessita do desenvolvimento de uma metodologia que possibilite dar resposta a este problema, uma vez que tem uma importância fundamental na obtenção dos objectivos essenciais ao controlo e monitorização dos vários processos. Montgomery (2005), Quesenberry (1997), Wheeler (1992) e Pereira e Requeijo (2008) são alguns exemplos de autores que desenvolveram estudos sobre esta temática.

Designa-se por pequena produção (*short run*) sempre que:

- O número de unidades produzidas de cada vez é bastante baixo (menos de 20) e a nova produção só ocorrer ao fim de um tempo razoavelmente distante.
- O número de unidades é elevado (mais de 100), apesar de a sua produção ocorrer rapidamente em termos temporais.
- A produção, ao longo do tempo, se realizar por lotes específicos e estes em número limitado.

Podem ser tomadas três atitudes relativamente às pequenas produções. Primeiramente deve-se inspeccionar o primeiro e o último artigo. No entanto, corre-se o risco de existirem artigos não conformes que não são detectados. A segunda atitude consiste em inspeccionar 100% da produção, incorrendo-se em custos que não se pretendem assumir. Por último deve-se construir cartas de controlo para cada um dos produtos fabricados, o que possui as seguintes desvantagens:

- Muitos produtos envolvem muitas cartas de controlo, logo, informação excessiva a ser analisada.

- Impossibilidade de elaborar cartas de controlo para produtos que apenas são fabricados esporadicamente.
- A detecção de causas especiais no processo produtivo torna-se difícil devido à escassez de dados, o que leva a que não sejam tomadas atempadamente as devidas acções correctivas.

O controlo estatístico do processo das “pequenas produções” é implementado em duas fases, quando existe um número suficiente de dados para estimar, de modo conveniente, os parâmetros dos processos, média e variância.

Na fase 1, chamada a fase da análise retrospectiva, a metodologia a ter em atenção considera a aplicação de cartas de controlo de Shewhart para cada produto/característica da qualidade, com o intuito de verificar a estabilidade dos processos e posteriormente, a análise da sua capacidade através dos índices  $C_p$  e  $C_{pk}$ .

Na fase 2, denominada a fase de monitorização, o controlo estatístico em tempo real é efectuado com base em cartas de controlo adimensionais,  $Z$  e  $W$ , referentes a todos os produtos/características da qualidade e a capacidade dos processos é estudada através de dois novos índices de capacidade,  $Z_I$  e/ou  $Z_S$ , os quais são representados em cada instante na carta de controlo  $Z$ .

Quando existe um número insuficiente de dados, inexequível para a estimação adequada dos parâmetros dos processos, a implementação de cartas adimensionais  $Q$  mostra-se a técnica mais eficaz a ser usada, tanto no controlo da média como da variância dos diversos processos. O estudo da capacidade do processo é realizado com base nos índices  $Q_I$  e/ou  $Q_S$ , os quais são representados em cada instante na carta de controlo  $Q$  da média.

A Tabela 3.1 mostra um quadro resumo do que foi falado anteriormente:

Tabela 3.1 - Cartas de controlo estatístico para "pequenas produções" (Pereira & Requeijo, 2008)

	<b>Tipo de Carta</b>
Número insuficiente de dados para estimar os parâmetros dos processos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cartas <math>Q</math></li> <li>• Cartas <math>CUSUMQ</math> ou <math>EWMAQ</math></li> </ul>
Número suficiente de dados para estimar os parâmetros dos processos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cartas de Diferenças – Cartas <math>D</math></li> <li>• Cartas <math>Z</math> e <math>W</math></li> </ul>

É ainda de salientar que todos os pressupostos das cartas tradicionais são válidos para cartas de variáveis para pequenas produções, abrangendo ainda as regras de detecção de padrões não aleatórios da Norma ISO 8258:1991.

A presente dissertação foca-se no estudo das cartas de controlo  $Q$ , considerando observações individuais.

Na literatura são referidos alguns estudos relativos a cartas de controlo CUSUM (baseia-se em somas acumuladas) e EWMA (baseia-se na média móvel exponencialmente amortecida) na qualidade da água destinada ao consumo humano (Smeti *et al.*, 2007). No entanto, relativamente ao estudo do controlo de águas não foi encontrado nada na literatura sobre o controlo estatístico de “pequenas produções” (*short run*).

### 3.3.1 Cartas de Controlo Q

Quando os parâmetros dos processos não poderão ser estimados, de forma conveniente, cria-se uma limitação na construção das cartas  $Z$  e  $W$ . Outra dificuldade, a ter em atenção, reside no facto de implementar o controlo estatístico tradicional do processo em produções por lotes com um baixo número de unidades. Por forma a atender a estas questões, Quesenberry (1997) desenvolveu a temática das cartas  $Q$ , apresentando uma metodologia para estas cartas quando os parâmetros são conhecidos, desconhecidos e quando se conhece apenas um dos parâmetros. As cartas  $Q$  foram desenvolvidas quando não existem dados suficientes para estimar os parâmetros do processo  $\mu$  e  $\sigma$ . Tal acontece nos casos de produção por lotes com reduzido número de unidades e geralmente durante um longo período de tempo.

Segundo Quesenberry (1997), a construção deste tipo de cartas baseia-se na transformação da característica da qualidade  $X$  numa variável  $Q$ , sendo  $X$  uma variável contínua. A variável  $Q$  segue aproximadamente a distribuição Normal reduzida, com média igual a zero e variância unitária. Assume-se também que os valores de  $X$  são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal  $N(\mu, \sigma^2)$ . Esta metodologia transforma as estatísticas determinadas no instante  $i$  através das estimativas dos parâmetros no instante  $(i - 1)$ , considerando nessa estimativa, todos os dados anteriores a esse instante.

#### 3.3.1.1 Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis

Como já foi referido anteriormente, quando num processo não é possível recolher amostras, os dados obtidos em cada instante limitam-se a ser observações individuais referentes a uma dada característica da qualidade  $X$ . Os valores desta característica vão permitir, ao longo do tempo controlar a média do processo, desde que os dados existentes sejam suficientes. No entanto, quando tal não se verifica, usa-se a estatística  $Q$  em vez da  $X$  com o intuito de controlar a média do processo. Deste modo, a estatística  $Q$ , no instante  $r$ , é obtida através da estatística  $X$  nesse instante e é dada pela equação (3.8):

$$Q_r(X_r) = \Phi^{-1} \left( G_{r-2} \left( \sqrt{\frac{r-1}{r}} \left( \frac{X_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{r-1}} \right) \right) \right), \quad r = 3, 4, \dots \quad (3.8)$$

Tendo em conta as estatísticas  $Q_r(X_r)$ , constrói-se o gráfico  $(r, Q_r(X_r))$  que constitui a carta de controlo  $Q(X)$ . Mesmo com um número reduzido de dados, esta carta permite controlar a média do processo a partir do instante  $r = 3$ .

Relativamente à dispersão do processo, como os dados são observações individuais podem ser utilizadas duas (ou mais) observações consecutivas e determinar amplitudes móveis, tal como é feito nas cartas tradicionais. Da mesma forma, o número reduzido de amplitudes móveis torna inexequível a construção da carta tradicional  $MR$ , pelo que se determina uma estatística  $Q$  a partir das amplitudes móveis. Deste modo, a estatística  $Q$ , no instante  $r$ , é obtida através da estatística  $MR$  nesse instante e é dada pela equação (3.9):

$$Q_r(MR_r) = \Phi^{-1} \left( F_{1,v} \left( \frac{v(MR)_r^2}{(MR)_2^2 + (MR)_4^2 + \dots + (MR)_{r-2}^2} \right) \right), \quad r = 4, 6, \dots \quad (3.9)$$

Onde  $v = \frac{r}{2-1}$ .

As estatísticas  $Q_r(MR_r)$  possibilitam a construção da carta  $Q(MR)$ . Pela equação anterior é possível verificar que a dispersão do processo é controlada a partir do instante  $r = 4$  e só é calculada quando  $r$  é par.

No instante  $r$ , a média, a variância amostral e a amplitude móvel são dadas pelas seguintes equações (3.10), (3.11) e (3.12), respectivamente.

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r X_j \quad (3.10)$$

$$S_r^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{j=1}^r (X_j - \bar{X}_r)^2 \quad (3.11)$$

$$MR_r = |X_r - X_{r-1}| \quad (3.12)$$

No instante  $r(\bar{X}_r \text{ e } S_r^2)$ , a média e a variância amostral podem determinar-se em função de  $X_r$  e dos valores que apresentam no instante anterior  $(r - 1)$ .

Para a determinação de  $\bar{X}_r$ , recorre-se à equação (3.13):

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r} ((r-1)\bar{X}_{r-1} + X_r), \quad r = 2, 3, \dots \quad (3.13)$$

E para o cálculo de  $S_r^2$  utiliza-se a equação (3.14):

$$S_r^2 = \left( \frac{r-2}{r-1} \right) S_{r-1}^2 + \frac{1}{r} (X_r - \bar{X}_{r-1})^2, \quad r = 2, 3, \dots \quad (3.14)$$



As estatísticas  $Q(MR)$  são calculadas de forma a serem independentes e identicamente distribuídas segundo  $N(0,1)$ . Em algumas situações, esta equação torna-se difícil de ser aplicada como, por exemplo, no caso de existirem dados consecutivos com o mesmo valor, o que leva a  $Q_r(MR_r) = \Phi^{-1}(F_{1,\nu}(0)) = \Phi^{-1}(0) = -\infty$ , dando a ideia que o processo estaria fora de controlo estatístico. Com o intuito de resolver este problema, pode definir-se uma estatística  $W(MR)$ , que tem a desvantagem de não ser independente, mas pode assumir todos os valores consecutivos a partir do instante  $r = 4$ , enquanto a estatística  $Q(MR)$  apresenta valores somente quando  $r$  é par. A estatística  $W(MR)$ , no instante  $r$ , é dada pela equação (3.15):

$$W_r(MR_r) = |Q_r(X_r) - Q_{r-1}(X_{r-1})|, \quad r = 4, 5, \dots \quad (3.15)$$

Nas equações anteriores considera-se:

$X_r$  – observação no instante  $r$

$\bar{X}_{r-1}$  – média das observações anteriores ao instante  $r$

$S_{r-1}$  – desvio padrão das observações anteriores ao instante  $r$

$MR_r$  – amplitude móvel determinada na observação  $r$

$\Phi^{-1}(\bullet)$  – inverso da Função de Distribuição Normal

$G_\nu(\bullet)$  – Função de Distribuição t-student, com  $\nu$  graus de liberdade

$F_{\nu_1, \nu_2}(\bullet)$  – Função de Distribuição de Fisher, com  $\nu_1$  e  $\nu_2$  graus de liberdade

Como as variáveis  $Q(X)$  e  $Q(MR)$  são Normalmente distribuídas segundo uma distribuição Normal reduzida, os limites de controlo destas cartas estão apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Limites de controlo das cartas  $Q$

Carta	LIC	LC	LSC
$Q(X)$	-3	0	3
$Q(MR)$	-3	0	3

No caso da variável  $W(MR)$ , como não é distribuída segundo  $N(0,1)$ , os seus limites não poderão ser  $\pm 3$ . Assim sendo, os limites de controlo da carta  $W(MR)$  são dados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Limites de controlo e linha central da carta  $W$

Carta	LIC	LC	LSC
$W(MR)$	$d_2 D_3$	$d_2$	$d_2 D_4$

em que:

$$d_2 = 1,128$$

$$D_3 = 0$$

$$D_4 = 3,267$$

Geralmente utilizam-se as amplitudes móveis de duas observações consecutivas, pelo que, os limites da carta  $W(MR)$  assumem os valores dados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Limites de controlo da carta  $W$

Carta	LIC	LC	LSC
$W(MR)$	0	1,128	3,685

## Capítulo 4 – Metodologia de Aplicação

### 4.1 Introdução

Este capítulo pretende dar a conhecer o parâmetro da qualidade da água em estudo na presente dissertação, ou seja, a condutividade.

A metodologia desenvolvida e aplicada na presente dissertação é apresentada em seguida. Esta metodologia é composta por 4 fases distintas e pretende efectuar uma ligação entre a revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 3 e a análise de resultados efectuada no Capítulo 5.

### 4.2 Condutividade

A água contém, normalmente, diversos componentes que resultam do próprio ambiente ou que foram introduzidos por actividades humanas.

Por forma a classificar uma água são determinados vários parâmetros que indicam a qualidade da água e constituem impurezas sempre que alcançam valores superiores aos estabelecidos para um determinado uso. Os principais indicadores da qualidade da água estão separados por parâmetros físicos, químicos e biológicos. Os parâmetros físicos são por exemplo a temperatura, a cor, o sabor, o odor, a turvação e a condutividade. Como parâmetros químicos pode-se falar em pH, dureza, cloretos, ferro, nitratos, nitritos e oxigénio dissolvido, por exemplo. Os parâmetros biológicos que uma água pode conter são, por exemplo, as bactérias heterotróficas, os coliformes fecais, a bactéria *escherichia coli* e as cianobactérias.

Na presente dissertação, a condutividade foi o parâmetro físico estudado na água dos SMAS de Almada.

Entende-se por condutividade, a capacidade que a água tem de conduzir corrente eléctrica. Este parâmetro está relacionado com a presença de iões (partículas carregadas electricamente) dissolvidos na água. Quanto maior for a quantidade de iões dissolvidos, maior será a condutividade eléctrica na água. A unidade SI da condutividade é o siemens por metro [S/m], no entanto a unidade usada é geralmente um submúltiplo, o microsiemens por centímetro [ $\mu\text{S/cm}$ ].

A condutividade eléctrica, por vezes também referida como condutividade da água, ou apenas condutividade, pode ser medida através da aplicação de uma corrente eléctrica alternada (I) com dois eléctrodos imersos em solução e mediante a tensão resultante (V). Durante este processo, os catiões migram para o eléctrodo negativo, os aniões para o eléctrodo positivo e a solução actua como um condutor eléctrico. Tal procedimento está representado na Figura 4. 1.

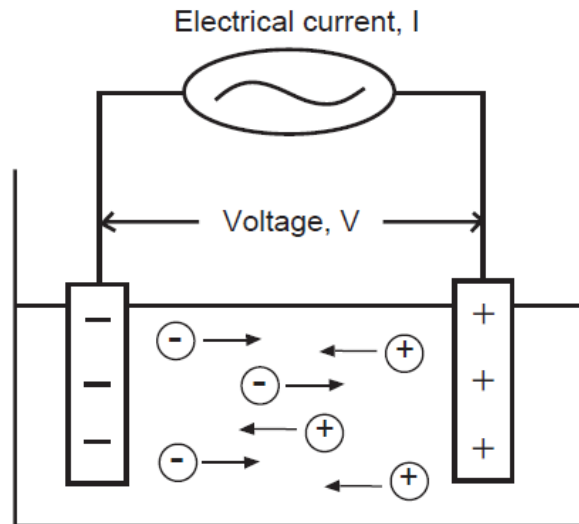


Figura 4. 1 - Migração de iões em solução

A condutividade eléctrica é uma propriedade da qualidade da água, muitas vezes medida quando as amostras de águas são recolhidas para análises químicas. As medições de condutividade eléctrica têm sido utilizadas para determinar a salinidade (Lewis, 1980), a força iónica (Lind, 1970), grandes concentrações de soluto (Pollack, 1954; McNeil e Cox, 2000) e concentrações totais de sólidos dissolvidos (Gustafson e Behrman, 1939; Lystrom *et al.*, 1978) de águas naturais, genericamente com o intuito de controlar a quantidade de sais dissolvidos na água.

Para as águas naturais, as medições de condutividade eléctrica, são tipicamente utilizadas para estimar a concentração de iões dissolvidos (por exemplo, salinidade, força iónica, e sólidos totais dissolvidos).

Existem vários factores que influenciam a condutividade:

- O tipo de iões presentes na água e a concentração dos mesmos;
- A força iónica da água, isto é, a medida existente no campo eléctrico devido aos iões que se encontram presentes na água;
- A temperatura.

A temperatura é um factor determinante para a condutividade uma vez que interfere na mobilidade dos iões, afectando desta maneira a condutividade das soluções. A medição da condutividade é útil para:

- Averiguar a pureza de uma água destilada ou desionizada;
- Verificar variações nas concentrações das águas minerais;

- Determinar o teor em substâncias iónicas dissolvidas.

Geralmente, quando se refere um valor de condutividade da água é à temperatura de 25°C. Caso a temperatura de medição seja diferente, efectua-se a correcção do valor obtido, utilizando a equação (4.1).

$$C_{25^{\circ}C} = CT \times f \quad (4.1)$$

onde:

$C_{25^{\circ}C}$  – condutividade a 25°C

$CT$  – condutividade à temperatura T

$f$  – factor de correcção determinado a partir de tabelas existentes para o efeito.

Quanto maior a temperatura de uma água, mais liberdade de movimento têm os iões, que são os condutores da corrente eléctrica. Assim, pode-se concluir que quanto mais elevada for a temperatura, mais elevada será a condutividade da água.

A pureza de uma água tem sido definida de maneiras diferentes, mas de um modo geral, uma água de pureza elevada é uma água que foi destilada e/ou desionizada de modo a ter uma condutividade de 2  $\mu\text{S}/\text{cm}$  ou menor. A Tabela 4.1 apresenta os graus de pureza de uma água.

Tabela 4. 1 - Pureza da água com base em sais dissolvidos

Grau de Pureza	Condutividade Máxima ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ )	Concentração Aproximada de sais dissolvidos (mg/l)
Pura	10	2 - 5
Muito Pura	1	0,2 – 0,5
Ultrapura	0,1	0,01 – 0,02

Pode-se assumir dois extremos no valor da condutividade de uma água. O primeiro extremo diz respeito aos casos mencionados na tabela anterior, o outro extremo é referente ao valor da condutividade da água do mar, sendo esta de 54000  $\mu\text{S}/\text{cm}$ . No caso da presente dissertação, a água é uma água destinada ao consumo humano, sendo o seu valor paramétrico (valor máximo) de 2500  $\mu\text{S}/\text{cm}$ .

Nos SMAS de Almada, a medição da condutividade não é feita à saída das captações. Para efectuar a sua medição são recolhidas amostras de água provenientes de cada captação e efectuam-se as análises no laboratório. O aparelho usado para medir a condutividade é o

condutivímetro (marca WTW e modelo inoLab Cond Level 2), que é calibrado diariamente com uma solução padrão rastreada e possui ainda um medidor de temperatura e compensação, isto é, o condutivímetro dá sempre o resultado da condutividade para 20°C ou 25°C (Figura 4.2).



Figura 4. 2 - Condutivímetro WTW inoLab Cond Level 2

### 4.3 Metodologia Adoptada

Podem ser identificadas quatro fases que constituem a metodologia adoptada na presente dissertação, como é descrito na Figura 4.3.

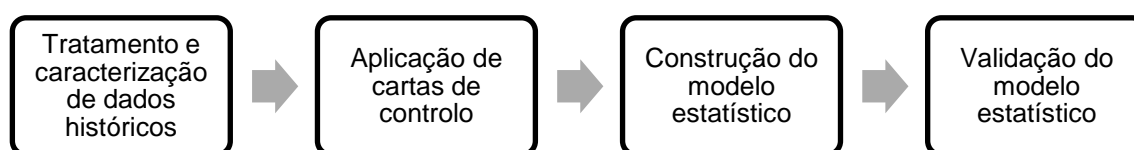


Figura 4. 3 - Identificação das quatro fases que constituem a metodologia adoptada

#### 4.3.1 Tratamento e Caracterização de dados históricos

Foram fornecidos pelos SMAS de Almada, dados históricos das 32 captações. Porém, é importante salientar que perante dados históricos deve-se avaliar se a frequência de amostragem é adequada ao estudo em causa e saber identificar e seleccionar apenas os dados relevantes. A frequência de recolha dos dados ronda os 3 meses (num período compreendido entre o ano 2006 e o primeiro semestre do ano 2011), no entanto, em alguns

casos, a periodicidade de recolha dos dados é bastante inferior aos 3 meses, chegando mesmo a ser diária em determinados casos. A justificação para tal acontecer deve-se ao facto de alguns dados poderem suscitar algumas dúvidas se estão correctos ou não. Para tal são efectuadas novas medições da condutividade para confirmar a veracidade do valor em questão.

Após a obtenção de cada uma das séries de dados das 32 captações é necessário proceder ao tratamento e à caracterização dos dados históricos. Esse tratamento e caracterização deve ser efectuado de uma forma cuidada, uma vez que, erros cometidos nesta fase poderão colocar em causa as conclusões do estudo. Esta fase consiste em três passos:

- Análise gráfica das 32 séries de dados
- Estudo de *outliers*
- Caracterização das séries em termos de parâmetros de tendência central e de dispersão.

O primeiro passo a ter em conta é a representação e análise gráfica das 32 séries de dados. Este passo é bastante importante pois permitirá a identificação de potenciais valores anómalos, que após serem detectados devem ser identificados e eliminados ou corrigidos (caso seja possível).

O segundo passo diz respeito ao estudo de *outliers*. Para tal vão ser utilizados três dos vários métodos conhecidos para identificar *outliers*, nomeadamente o método Dixon, o método Grubbs e o método iterativo MAD.

Por último, as séries de dados são caracterizadas em termos de parâmetros de tendência central e de dispersão. Após as séries estarem limpas de *outliers* e validadas pelo Engenheiro responsável, vão ser estimados os valores da média e desvio padrão das séries de dados.

#### **4.3.2 Aplicação de Cartas de Controlo**

A implementação de cartas de controlo é extremamente importante, uma vez que, todo o trabalho subsequente e respectivos resultados dependem desta fase.

No caso de algumas captações, devido ao facto de se formarem patamares nas séries de dados, ou seja, variações bruscas do valor da condutividade a partir de um dado instante, são considerados apenas os últimos valores das séries (correspondentes aos valores do primeiro semestre de 2011).

Como a metodologia que se pretende desenvolver considera o tratamento de dados históricos, e estes não são suficientes para a estimação adequada dos parâmetros do processo, a implementação de cartas de controlo de “pequenas produções” (*short run*), mais precisamente

cartas  $Q$ , mostra-se a técnica mais eficaz a ser usada. Estas cartas têm o objectivo de monitorizar para controlar e estimar os parâmetros que vão ser utilizados na fase seguinte. A estatística  $Q$  tem a vantagem de que à medida que são recebidos dados “frescos”, o valor da média da condutividade da água vai sendo mantido actualizado sempre que é incorporado um novo dado.

Na Figura 4.4 encontra-se um esquema representativo da estatística  $Q$ . Esta estatística pode ser caracterizada em termos de tendência central e de dispersão. Relativamente à tendência central serão aplicadas cartas de controlo  $Q(X)$ . No que toca à dispersão podem ser aplicadas dois tipos de cartas, cartas  $Q(MR)$  e cartas  $W(MR)$ . Estas últimas serão aplicadas apenas nos casos em que na carta  $Q(MR)$  são detectadas indeterminações do tipo 1/0, dando a entender que o processo está fora de controlo estatístico.

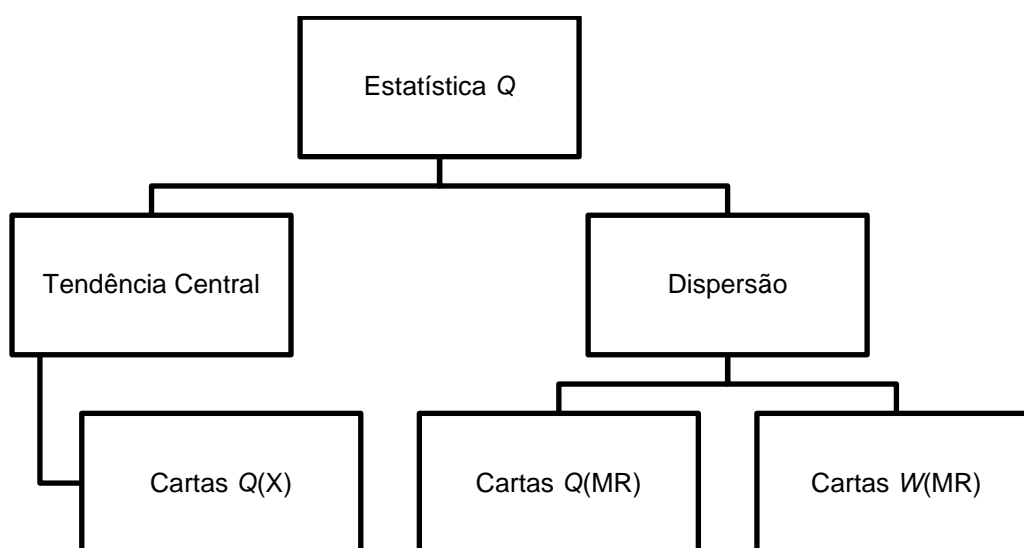


Figura 4. 4 - Esquema representativo da estatística  $Q$

Utiliza-se o software “Excel” para o estudo e construção das cartas de controlo  $Q$ . Sempre que ocorre uma causa especial de variação, isto é, sempre que se detectar um ponto fora dos limites de controlo, identifica-se e elimina-se esse ponto e volta-se a actualizar a série de dados, permitindo desta forma obter actualizações em tempo real das estimativas dos valores da condutividade média da água à saída de cada captação.

#### 4.3.3 Construção do Modelo Estatístico

Um reservatório pode receber água apenas das captações, mas também água proveniente de outros reservatórios. O conhecimento das ligações existentes entre as várias captações e os reservatórios vai constituir o ponto de partida para o desenvolvimento do modelo estatístico.



Para estimar a condutividade da água à saída de cada reservatório é necessário conhecer a condutividade média à saída de cada captação (dada pelas cartas de controlo  $Q$ ) e as relações de abertura das válvulas/caudal, como pode ser verificado pela Figura 4.5.



Figura 4. 5 - Dados necessários à construção do modelo estatístico

#### 4.3.4 Validação do Modelo Estatístico

Para validar o modelo estatístico o desejável era uma validação directa, ou seja, medir a condutividade directamente à saída do reservatório. No entanto este tipo de validação torna-se inviável, atendendo ao esforço envolvido, assim como os custos associados. Assim sendo, o algoritmo é validado de forma indirecta, mais precisamente em laboratório, recorrendo a análises laboratoriais das captações e das misturas das águas (efectuando diluições).



## Capítulo 5 – Análise de Resultados

### 5.1 Introdução

Este capítulo apresenta a aplicação prática desenvolvida nos SMAS de Almada, empresa mencionada no Capítulo 2, tendo como base os conceitos e metodologias presentes no Capítulo 3 e 4, respectivamente.

O presente estudo envolveu quatro fases distintas. Primeiramente foram identificados e eliminados os *outliers* existentes nos dados históricos das 32 captações. Numa segunda fase, como não existiam dados suficientes para estimar os parâmetros do processo (média e desvio padrão) foram aplicadas cartas  $\bar{Q}$ , com o intuito de conhecer o valor da condutividade média à saída de cada captação, uma vez que, estas cartas permitem que os dados se vão actualizando. Posteriormente foi desenvolvido um algoritmo, com o objectivo de saber a condutividade esperada à saída de cada reservatório. Por último procedeu-se à validação do algoritmo, recorrendo a análises laboratoriais das captações e das misturas das águas.

### 5.2 Análise dos Dados

Por uma questão de confidencialidade não serão indicados os nomes das captações. Estas serão então identificadas com letras e números, isto é, de C1 a C32, visto que são 32 captações.

Como foi referenciado no Capítulo 2, a água captada e distribuída em Almada é unicamente de origem subterrânea.

De acordo com a metodologia referenciada no Capítulo 4, o procedimento a seguir é o seguinte:

#### a) Tratamento e caracterização dos dados históricos

- Representar e analisar as séries de dados;
- Identificar a existência de *outliers* e proceder ao seu tratamento, recorrendo aos seguintes métodos:
  - Método de Dixon;
  - Método de Grubbs;
  - Método iterativo MAD.
- Caracterizar as séries de dados em termos de parâmetros de tendência central e de dispersão.

#### b) Aplicação de cartas de controlo

- Construir as cartas de controlo  $\bar{Q}$
- Identificar causas especiais de variação

A título de exemplo colocou-se no corpo principal o estudo efectuado em duas captações: captação C18 e captação C28, tendo-se remetido para anexo os principais resultados obtidos para as restantes captações.

### 5.2.1 Representação Gráfica

Relativamente à captação C18, o número de dados, isto é, a dimensão da amostra é 15. Na Tabela 5.1 encontra-se um quadro informativo, com o número da observação, a data da colheita e o respectivo resultado da condutividade para a captação C18.

Tabela 5. 1 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C18

Nº da observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	14-07-2011	1281
2	15-07-2011	1213
3	15-07-2011	1253
4	18-07-2011	953
5	19-07-2011	1205
6	19-07-2011	1270
7	25-07-2011	1113
8	26-07-2011	1149
9	26-07-2011	1073
10	27-07-2011	1101
11	27-07-2011	1162
12	29-07-2011	1054
13	01-08-2011	1063
14	02-08-2011	1030
15	05-08-2011	1171

Na Figura 5.1 estão representados os valores da condutividade da captação C18.

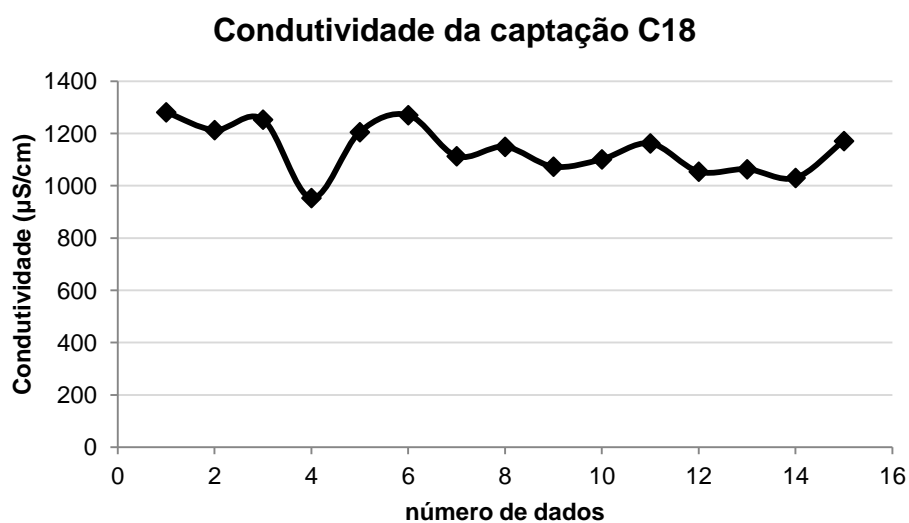


Figura 5. 1 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C18

No que respeita à captação C28, o número de dados, ou seja, a dimensão da amostra é 25. Na Tabela 5.2 está representado um quadro informativo, com o número da observação, a data da colheita e o respectivo resultado da condutividade para a captação C28.

Tabela 5. 2 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C28

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	07-03-2006	509
2	06-06-2006	500
3	05-09-2006	502
4	28-11-2006	516
5	30-01-2007	517
6	08-05-2007	502
7	31-07-2007	506
8	30-10-2007	510
9	06-02-2008	511
10	05-05-2008	512
11	28-07-2008	512
12	28-10-2008	511
13	03-02-2009	518
14	05-05-2009	510
15	28-07-2009	489
16	27-10-2009	510
17	10-03-2010	513
18	09-06-2010	513
19	08-09-2010	508
20	15-12-2010	551
21	09-03-2011	492
22	15-03-2011	512
23	02-05-2011	513
24	08-06-2011	511
25	14-07-2011	516

Na Figura 5.2 estão representados os valores da condutividade da captação C28.

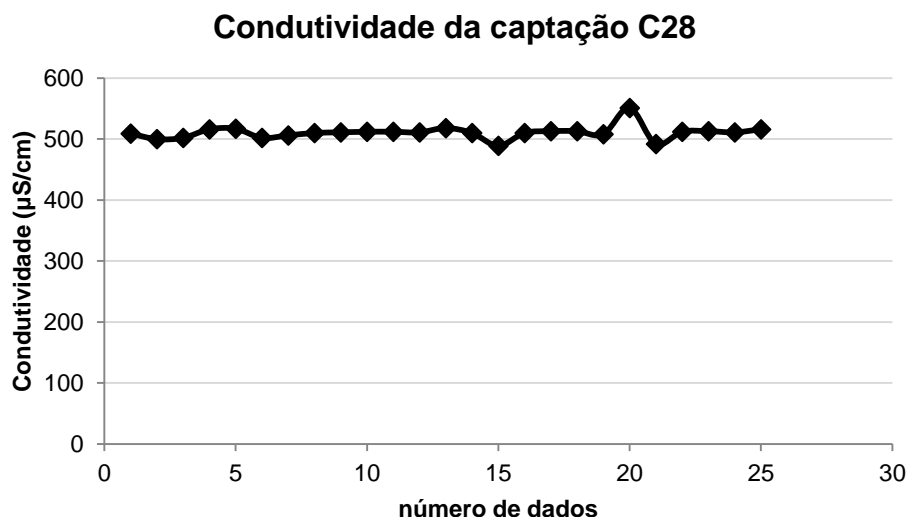


Figura 5. 2 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C28

As representações gráficas referentes às restantes 30 captações encontram-se no anexo II.

### 5.2.2 Estudo dos *Outliers*

Para o estudo dos *outliers* foi utilizado o *software* “Excel”.

Seguidamente apresenta-se o estudo dos *outliers* para as captações C18 e C28 com base nos métodos de Dixon, Grubbs e MAD.

#### Captação C18

##### Método de Dixon

Primeiramente, os valores foram ordenados por ordem crescente. De seguida foi aplicada a equação (3.3), obtendo-se o valor experimental dado pela Tabela 5.3.

Tabela 5. 3 - Valor experimental referente ao método de Dixon aplicado à captação C18

$Q_{exp}$	0,337
-----------	-------

Consultando a Tabela IV.1 (anexo IV), para um intervalo de 95% e 15 observações, o valor tabelado ( $Q_{crítico}$ ) é o apresentado na Tabela 5.4.

Tabela 5. 4 - Valor tabelado para um intervalo de 95% e 15 observações

$Q_{crítico}$	0,525
---------------	-------

Como o valor experimental obtido não excede o valor tabelado, então não foram identificados valores suspeitos na amostra (captação). Não existindo valores suspeitos, também não podem existir valores aberrantes, pelo que não se considerou o estudo para um nível de confiança de 99%.

### Método de Grubbs

Como é sabido, o método de Grubbs é um método iterativo, ou seja, só identifica um *outlier* de cada vez.

O primeiro passo consistiu em ordenar os valores por ordem crescente e de seguida calcular a média e o desvio padrão amostrais (Tabela 5.5).

Tabela 5. 5 - Médias e desvio padrão amostrais associados à captação C18

<b>Média (<math>\bar{y}</math>)</b>	1139,4
<b>Desvio padrão (<math>s</math>)</b>	95,5

Posteriormente calculou-se a estatística de teste ( $G$ ), usando a equação (3.4), considerando 953 como valor suspeito ( $y_0$ ). O valor de  $G$  obtido foi de 1,95.

Para saber o valor crítico ( $C$ ) do teste de Grubbs, recorreu-se à equação (3.5) e o valor obtido foi 2,32, para um nível de confiança de 95%. Como tal, para 95% não foram identificados valores suspeitos, pelo que, à semelhança do método anterior, também não existirão valores aberrantes.

Como  $G < C$ , então pode-se concluir que, pelo método de Grubbs, não foram identificados *outliers* na captação C18.

### Método Iterativo MAD

A primeira medida consiste em determinar a mediana das 15 observações (Tabela 5.6).

Tabela 5. 6 - Mediana da série de valores da captação C18

<b>Mediana (<math>\tilde{x}_i</math>)</b>	1149
---	------

O segundo passo a ter em consideração é calcular os desvios absolutos em torno da mediana. Para saber a mediana dos desvios absolutos em torno da mediana (MAD) usou-se a equação (3.6), obtendo-se o valor dado na Tabela 5.7.

Tabela 5. 7 - Mediana dos desvios absolutos em torno da mediana para a captação C18.

<b>MAD</b>	<b>76</b>
------------	-----------

Por último determinaram-se os valores de  $M_i$ , com base na equação (3.7). Como não foram detectados valores de  $M_i$  superiores a 3,5, então pode-se concluir que não foram identificados *outliers*.

## Captação C28

### Método de Dixon

Inicialmente, os valores foram ordenados por ordem crescente. Seguidamente foi aplicada a equação (3.3), obtendo-se assim o valor experimental, que no caso desta captação é o dado pela Tabela 5.8.

Tabela 5. 8 - Valor experimental referente ao método de Dixon aplicado à captação C18

<b><math>Q_{exp}</math></b>	<b>0,67</b>
-----------------------------	-------------

Após analisar a tabela IV.1 (anexo IV), para um intervalo de confiança de 95% e 25 observações, o valor tabelado ( $Q_{critico}$ ) é o apresentado na Tabela 5.9.

Tabela 5. 9 - Valor tabelado para um intervalo de 95% e 25 observações

<b><math>Q_{critico}</math></b>	<b>0,406</b>
---------------------------------	--------------

Como o valor experimental obtido excede o valor tabelado (valor de  $Q_{critico}$ ), então o valor 551 fica identificado como suspeito.

Para um intervalo de confiança de 99% e 25 observações (pela tabela IV.1 do anexo IV), o valor tabelado ( $Q_{critico}$ ) é o apresentado na Tabela 5.10.

Tabela 5. 10 - Valor tabelado para um intervalo de 99% e 25 observações

<b><math>Q_{critico}</math></b>	<b>0,489</b>
---------------------------------	--------------

Uma vez que o valor experimental obtido excede o valor tabelado (valor de  $Q_{critico}$ ), então o valor 551 fica identificado como aberrante e é eliminado da série de dados.



### Método de Grubbs

Tal como foi referido no caso da captação C18, o método de Grubbs é um método iterativo, isto é, só identifica um *outlier* de cada vez.

Primeiramente ordenou-se os valores por ordem crescente e de seguida calculou-se a média e o desvio padrão amostrais (Tabela 5.11).

Tabela 5. 11 - Médias e desvio padrão amostrais associados à captação C28

<b>Média (<math>\bar{y}</math>)</b>	510,6
<b>Desvio padrão (<math>s</math>)</b>	11,02

De seguida calculou-se a estatística de teste ( $G$ ), usando a equação (3.4), considerando 551 como valor suspeito ( $y_0$ ). O valor de  $G$  obtido foi de 3,67.

Para saber o valor crítico ( $C$ ) do teste de Grubbs, recorreu-se à equação (3.5) e o valor obtido foi 2,42, para um nível de confiança de 95%.

Como  $C > G$ , então o valor suspeito é identificado como sendo um *outlier*. No entanto, considerando o valor 551 como valor aberrante ( $y_0$ ), o valor crítico ( $C$ ) obtido é 2,45, para um nível de confiança de 99%, logo o valor 551 é identificado como sendo um *outlier* e é eliminado da amostra.

Por forma a não serem detectados mais *outliers* na série de dados, foram realizadas mais três iterações seguindo o mesmo procedimento. Na 4ª iteração, obteve-se  $G < C$ , logo não foram identificados mais *outliers*.

Resumindo, pelo método de Grubbs foram identificados e eliminados 3 outliers (551, 492 e 489) da série de dados da captação C28.

Por último, caracterizou-se esta série em termos de tendência central e de dispersão (Tabela 5.12).

Tabela 5. 12 - Médias e desvio padrão amostrais associados à captação C28 (série limpa de *outliers*)

<b>Média (<math>\bar{y}</math>)</b>	510,5
<b>Desvio padrão (<math>s</math>)</b>	4,73

### Método Iterativo MAD

O primeiro passo consistiu em determinar a mediana das 25 observações (Tabela 5.13).

Tabela 5. 13 - Mediana da série de valores da captação C28

<b>Mediana (<math>\tilde{x}_i</math>)</b>	511
---	-----

Seguidamente calculou-se os desvios absolutos em torno da mediana. Para saber a mediana dos desvios absolutos em torno da mediana (MAD) usou-se a equação (3.6), obtendo-se o valor da Tabela 5.14.

Tabela 5. 14 - Mediana dos desvios absolutos em torno da mediana para a captação C28

<b>MAD</b>	<b>2</b>
------------	----------

Por último determinaram-se os valores de  $M_i$ , a partir da equação (3.7). Como  $|M_i| > 3,5$ , então foi identificado um *outlier*. Sendo este método um método iterativo, foram efectuadas interações com o intuito de não serem detectados mais *outliers* na série de dados. Na 5ª iteração não foram identificados mais *outliers*. Pode-se então concluir que, pelo método iterativo MAD, na captação C28 foram identificados e eliminados 4 *outliers* (551, 500, 492 e 489).

Após a série estar limpa de *outliers* foi novamente estimada a mediana da série de valores da captação C28 (Tabela 5.15).

Tabela 5. 15 - Mediana da série de valores da captação C28 (série limpa de *outliers*)

<b>Mediana (<math>\tilde{x}_i</math>)</b>	<b>511</b>
---	------------

Na Tabela 5.16 encontra-se um quadro resumo com a informação da dimensão da amostra e do estudo de *outliers* para as 32 captções.

Tabela 5. 16 - Quadro resumo do estudo dos *outliers* para as 32 captções

<b>Captação</b>	<b>Dimensão da Amostra</b>	<b>Método de Dixon</b>	<b>Método de Grubbs</b>	<b>Método MAD</b>
<b>C1</b>	20	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 495, 493 e 486	Identificação e eliminação dos valores 495, 493, 486 e 479
<b>C2</b>	22	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C3</b>	32	-	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C4</b>	22	Identificação do valor 514 como suspeito	Identificação e eliminação do valor 514	Identificação e eliminação do valor 514
<b>C5</b>	22	Identificação do valor 446 como aberrante	Identificação e eliminação do valor 446	Identificação e eliminação do valor 446
<b>C6</b>	22	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação do valor 408	Não detecta <i>outliers</i>

Tabela 5. 16 - Quadro resumo do estudo dos *outliers* para as 32 captações (continuação)

Captação	Dimensão da Amostra	Método de Dixon	Método de Grubbs	Método MAD
<b>C7</b>	22	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 458, 462, 467, 479, 491 e 491.
<b>C8</b>	22	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C9</b>	22	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação do valor 340	Identificação e eliminação dos valores 340, 359, 360, 365 e 367
<b>C10</b>	20	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 276, 289 e 298	Identificação e eliminação dos valores 276 e 289
<b>C11</b>	22	Identificação do valor 262 como aberrante	Identificação e eliminação do valor 262	Identificação e eliminação do valor 262
<b>C12</b>	21	Identificação do valor 226 como suspeito	Identificação e eliminação dos valores 226, 240 e 242	Identificação e eliminação dos valores 226 e 240
<b>C13</b>	13	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 1023, 1036 e 1050	Identificação e eliminação dos valores 1023, 1036 e 1050
<b>C14</b>	21	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 303, 349, 356, 368, 372, 381, 392 e 403
<b>C15</b>	13	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C16</b>	33	-	Identificação e eliminação do valor 567	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C17</b>	20	Identificação do valor 770 como aberrante	Identificação e eliminação do valor 770	Identificação e eliminação dos valores 770 e 654
<b>C18</b>	15	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>

Tabela 5. 16 - Quadro resumo do estudo dos *outliers* para as 32 captações (continuação)

Captação	Dimensão da Amostra	Método de Dixon	Método de Grubbs	Método MAD
<b>C19</b>	33	-	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C20</b>	21	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C21</b>	22	Identificação do valor 323 como aberrante	Identificação e eliminação dos valores 323 e 411	Identificação e eliminação dos valores 323 e 411
<b>C22</b>	22	Identificação do valor 476 como aberrante	Identificação e eliminação dos valores 476, 375 e 365	Identificação e eliminação dos valores 476, 375 e 365
<b>C23</b>	23	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 901, 885, 784 e 680	Identificação e eliminação dos valores 901, 885, 784 e 680 e 624
<b>C24</b>	8	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C25</b>	22	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação do valor 320	Identificação e eliminação dos valores 320, 330, 331 e 338.
<b>C26</b>	19	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C27</b>	21	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 231, 232, 233, 234, 236, 237, 241 e 245
<b>C28</b>	25	Identificação do valor 551 como aberrante	Identificação e eliminação dos valores 551, 492 e 489	Identificação e eliminação dos valores 551, 500, 492 e 489
<b>C29</b>	19	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>	Não detecta <i>outliers</i>
<b>C30</b>	14	Identificação do valor 624 como aberrante	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação dos valores 624 e 623

Tabela 5. 16 - Quadro resumo do estudo dos *outliers* para as 32 captações (continuação)

Captação	Dimensão da Amostra	Método de Dixon	Método de Grubbs	Método MAD
<b>C31</b>	15	Não detecta <i>outliers</i>	Identificação e eliminação do valor 491	Identificação e eliminação dos valores 491, 468, 465, 462, 448 e 444
<b>C32</b>	9	Identificação do valor 413 como suspeito	Identificação e eliminação do valor 413	Identificação e eliminação do valor 413

Como se pode ver pela tabela anterior, o número de *outliers* detectados pelos métodos de identificação nem sempre é o mesmo. A identificação de *outliers* recorrendo a determinados métodos pode ser “perigosa”, na medida em que pode conduzir à eliminação de falsos *outliers*. O método de Dixon permite identificar apenas um único *outlier*, o que para esta análise em particular se torna ineficiente. O método MAD quando é utilizado em séries de observações com uma dispersão muito reduzida torna-se um método muito sensível a pequenos desvios, como se pode verificar nos casos das captações C7, C9, C14, C25, C27 e C31, em que este método detecta um número significativamente superior de *outliers* quando comparado com os outros dois métodos de identificação. O método de Grubbs é considerado o método de detecção de *outliers* mais eficaz, uma vez que retém toda a informação excepto os dados que vão sendo excluídos.

### 5.2.3 Cartas Q

As cartas *Q* foram utilizadas por não existirem dados suficientes para estimar os parâmetros do processo. Estas cartas têm como objectivo obter actualizações dos valores da condutividade média da água à saída de cada captação.

O *software* utilizado para o estudo das cartas de controlo *Q* foi o “Excel”.

### Captação C18

Para o instante  $r$  foram determinadas a amplitude móvel ( $MR_r$ ), a média ( $X_r$ ) e a variância amostral ( $S_r^2$ ) recorrendo às equações (3.12), (3.10) e (3.11), respectivamente. Tanto para a

média, como para a variância amostral, assim como para a amplitude móvel, só são calculados valores a partir do instante  $r = 2$ .

Para controlar a média à saída desta captação, usou-se a estatística  $Q$  em vez de  $X$ . Esta estatística, no instante  $r$ , é obtida com base na estatística  $X$  nesse instante e pode ser calculada a partir da equação (3.8). Tendo em conta as estatísticas  $Q_r(X_r)$  construiu-se o gráfico  $(r, Q_r(X_r))$  que estabelece a carta de controlo  $Q(X)$ . Esta carta permite controlar a média do processo a partir do instante  $r = 3$ .

Na Figura 5.3 está representada a carta de controlo  $Q(X)$ , para a captação C18 e os respectivos limites de controlo: limite superior de controlo (LSC), linha central (LC) e limite inferior de controlo (LIC).

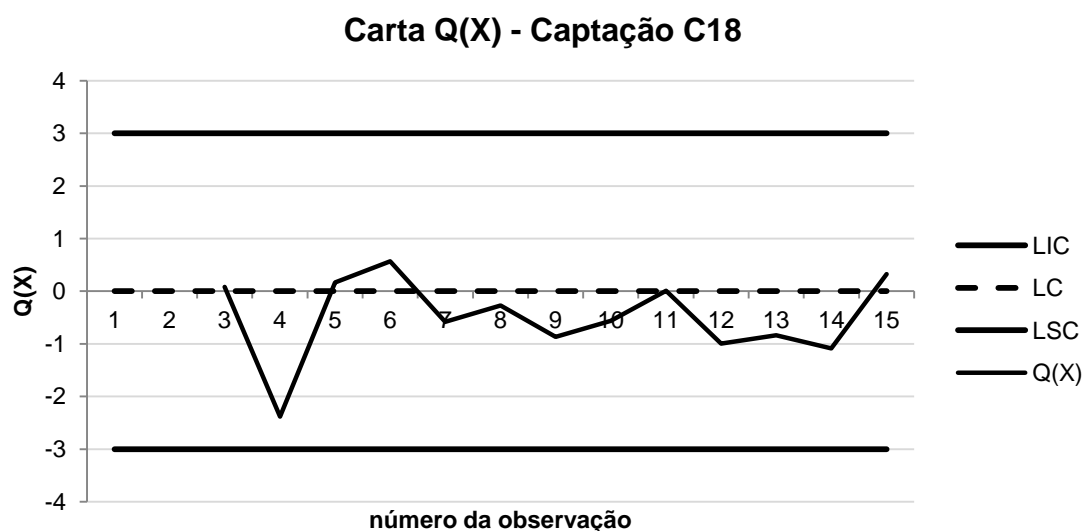


Figura 5. 3 - Carta  $Q(X)$  da captação C18

No que toca à dispersão do processo, o procedimento é análogo ao das cartas tradicionais, ou seja, como os dados são observações individuais podem ser usadas duas (ou mais observações) sucessivas e determinar as amplitudes móveis. Contudo, como o número reduzido de amplitudes móveis torna impossível a construção da carta tradicional  $MR$ , determinou-se a estatística  $Q$  a partir das amplitudes móveis. Esta estatística, no instante  $r$ , foi obtida através da estatística  $MR$  nesse instante e a equação utilizada foi a (3.9).

A partir da estatística  $Q_r(MR)$  foi possível construir a carta  $Q(MR)$ . Relativamente à dispersão do processo é possível verificar que esta apenas é controlada a partir do instante  $r = 4$  e é calculada somente quando  $r$  é par.

Na Figura 5.4 encontra-se a carta de controlo  $Q(MR)$  para a captação C18, assim como os respectivos limites de controlo.

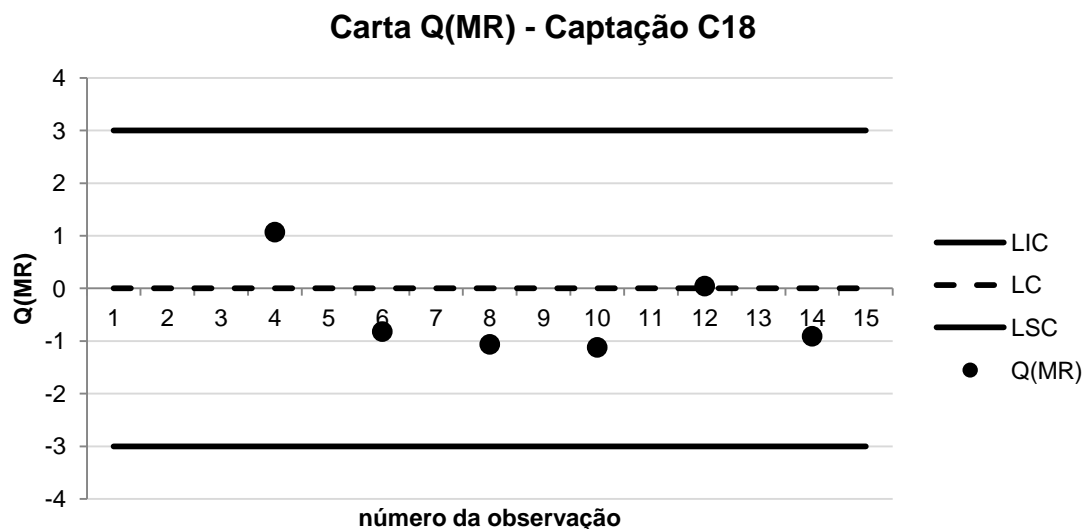


Figura 5. 4 - Carta  $Q(MR)$  da captação C18

Verificando ambas as cartas ( $Q(X)$  e  $Q(MR)$ ) é possível concluir que nenhuma observação se encontra fora dos limites de controlo, ou seja, não é identificada qualquer causa especial de variação.

### Captação C28

O procedimento para determinar as cartas de controlo  $Q(X)$  e  $Q(MR)$  foi similar ao apresentado no caso da captação C18.

Na Figura 5.5 e Figura 5.6 encontram-se representadas as carta de controlo  $Q(X)$  e  $Q(MR)$ , para a captação C28 e os respectivos limites de controlo, limite superior de controlo (LSC), linha central (LC) e limite inferior de controlo (LIC).

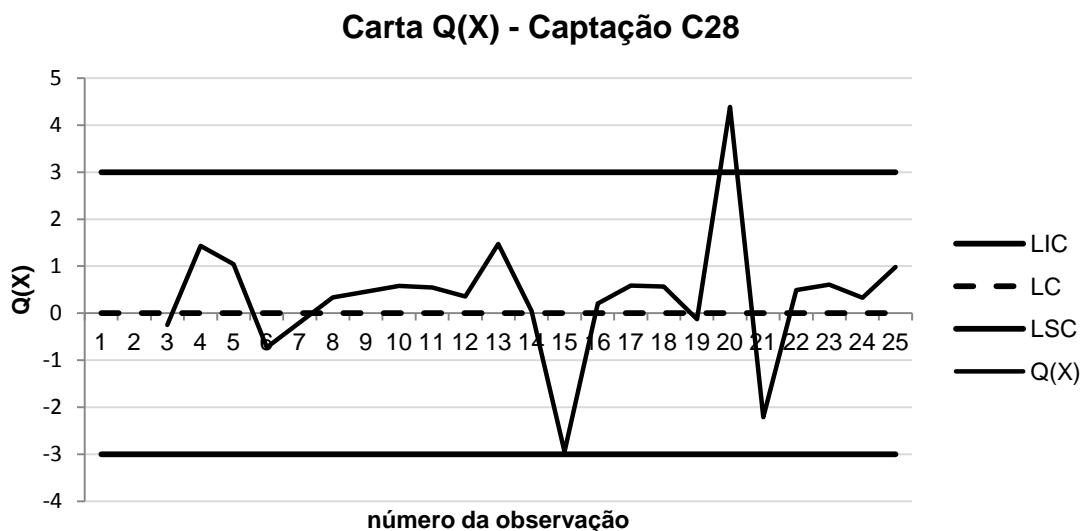


Figura 5. 5 - Carta  $Q(X)$  da captação C28

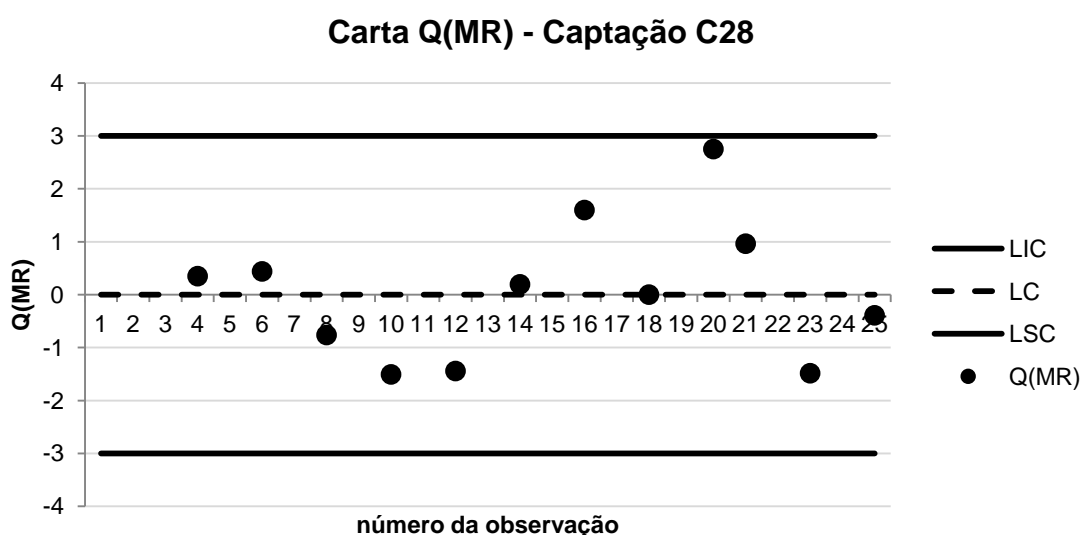


Figura 5. 6 - Carta  $Q(MR)$  da captação C28

Pela análise das duas cartas é possível verificar que a carta  $Q(X)$  apresenta um ponto fora dos limites de controlo. Este ponto foi identificado e eliminado, voltando-se a actualizar a série de dados. Assim sendo, foi possível determinar que a condutividade média à saída desta captação era de  $508,9 \mu\text{S}/\text{cm}$  a  $20^\circ\text{C}$ .

Tal como foi referido no capítulo da metodologia, no que toca à dispersão podem ser aplicadas dois tipos de cartas  $Q(MR)$  e  $W(MR)$ . No cálculo da estatística  $Q(MR)$  verificou-se a existência de uma indeterminação (1/0). Como tal, recorreu-se à estatística  $W(MR)$  por forma a resolver este problema, pois dá a ideia que o processo se encontra fora de controlo estatístico.



Porém, a estatística  $W(MR)$  tem o inconveniente de não ser independente, mas de poder assumir todos os valores consecutivos a partir do instante  $r = 4$ , ao passo que a estatística  $Q(MR)$  apresenta valores somente quando  $r$  é par. Para determinar a estatística  $W(MR)$  utilizou-se a equação (3.15).

Na Figura 5.7 está apresentada a carta de controlo  $W(MR)$  e os respectivos limites de controlo, que no caso desta carta, não podem ser  $\pm 3$ , pois a variável  $W(MR)$  não é Normalmente distribuída. Os limites de controlo no caso desta carta assumem os valores dados na tabela 3.4.

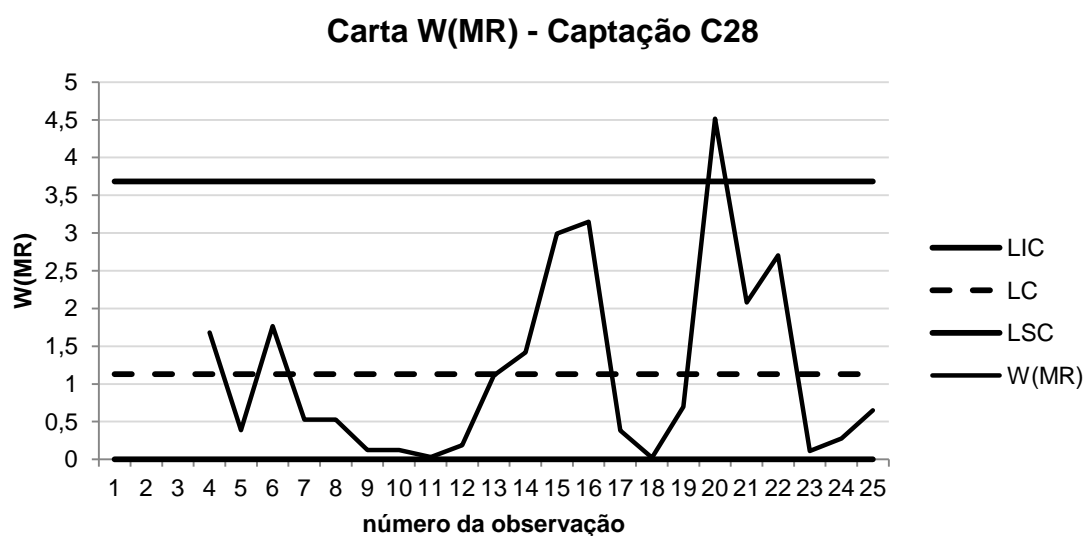


Figura 5. 7 - Carta  $W(MR)$  da captação C28

Pela análise da carta  $W(MR)$  verifica-se a existência de um ponto fora dos limites de controlo. Procedeu-se de forma semelhante à carta de controlo da média, ou seja, identificou-se e eliminou-se este ponto, voltando-se a actualizar a série de valores.

Após eliminar as observações fora dos limites de controlo é possível concluir que o processo se encontra sob controlo estatístico.

No anexo III encontram-se representadas todas as cartas de controlo das restantes captações.

Na Tabela 5.17 estão apresentadas as condutividades médias à saída de cada captação obtidas pelas cartas de controlo  $Q$ .

Tabela 5. 17 - Condutividades médias à saída de cada uma das 32 captações

<b>Captação</b>	<b>Condutividade média à saída da captação (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a <math>20^\circ\text{C}</math>)</b>
C1	461,6
C2	438,7
C3	637,4
C4	425,1
C5	500,1
C6	374,6
C7	529,5
C8	667,4
C9	397,2
C10	320,6
C11	236,3
C12	253,5
C13	1063,9
C14	343,9
C15	493,7
C16	544,6
C17	592,9
C18	1139,4
C19	736,8
C20	525,5
C21	370,9
C22	326,1
C23	527,2
C24	846,9
C25	367,3
C26	459,1
C27	247,5
C28	508,9
C29	422,1
C30	603,4
C31	441,8
C32	481,1

De seguida é apresentado um quadro resumo (Tabela 5.18) para as 32 captações onde são identificadas as causas especiais de variação (com o número da observação) para as cartas

$Q(X)$ ,  $Q(MR)$  e  $W(MR)$ . Sempre que ocorre uma causa especial de variação, identifica-se essa causa e corrige-se o processo.

Tabela 5. 18 - Resumo da análise das cartas  $Q(X)$ ,  $Q(MR)$  e  $W(MR)$  para as 32 captações

$Q(X)$		$Q(MR)$	$W(MR)$
Captação	Nº das observações	Nº das observações	Nº das observações
C1	14; 15; 16 e 17	-	-
C2	13 e 17	-	-
C3	-	-	-
C4	18	18	-
C5	18	-	18
C6	-	-	-
C7	-	-	-
C8	-	-	-
C9	9; 12; 13; 21 e 22	21 e 22	9; 21 e 22
C10	-	-	-
C11	-	-	-
C12	-	-	-
C13	-	-	-
C14	-	-	-
C15	-	-	-
C16	-	-	-
C17	7	-	7
C18	-	-	-
C19	-	-	-
C20	-	-	-
C21	6 e 18	6	6 e 18
C22	20	20	-
C23	19; 20, 21 e 22	-	-
C24	-	-	-
C25	-	-	-
C26	11	-	11
C27	-	-	-
C28	20	-	20
C29	-	-	-
C30	13 e 14	-	-
C31	-	12; 13; 14 e 15	-
C32	-	-	-

Comparando o estudo das cartas de controlo  $Q$  com o estudo de *outliers* é possível concluir que na maioria dos casos, a identificação do número de causas especiais de variação pelas cartas coincide com pelo menos um método de identificação de *outliers*. Apesar do método de Dixon ser um método de identificação de *outliers* extremamente simples, pois só permite identificar um único *outlier*, verificou-se que foi o método que mais se aproximou das cartas de controlo, seguido do método de Grubbs e do método MAD. No entanto, como o método de Dixon permite apenas detectar um único *outlier*, o método de Grubbs é então o método de identificação de *outliers* que mais se aproxima das cartas de controlo, retendo toda a informação excepto os dados que vão sendo excluídos.

As cartas de controlo  $Q$ , apesar de estimarem os parâmetros com pouca informação, possuem a vantagem de no último instante ser possível obter o valor da média e do desvio padrão actualizados, sendo sempre o último valor da condutividade média que vai ser utilizado na construção do modelo estatístico

### 5.3 Algoritmo

Como foi referido no Capítulo 2, a água extraída da captação é elevada, na estação elevatória, para um reservatório e é justamente à saída deste que se pretende estimar a condutividade da água. Para tal foi testado um algoritmo na zona de abastecimento 4 (ZA4), mas que, depois de validado pode ser estendido e aplicado nas restantes zonas de abastecimento.

Um reservatório pode receber água apenas das captações, como é o caso do reservatório R1 e R2, mas também água proveniente de outros reservatórios, como os reservatórios R3, R4, R5 e R6. A Tabela 5.19 fornece esta informação.

Tabela 5. 19 - Quadro resumo da água que cada reservatório pode conter

Reservatórios	Pontos de Captação									
R1	C1									
R2	C14	C25								
R3	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C27	C21	C22	R1
R4	C6	C16	C2	C3	R2	R3				
R5	C2	C3	C4	R2						
R6	C5	C26	C15	C29	C30	C23	C24	R5		

Para estimar a condutividade da água à saída do reservatório é necessário conhecer dois parâmetros: a condutividade média à saída de cada captação e o caudal de cada captação. Relativamente ao primeiro parâmetro – condutividade média à saída de cada captação – esta será facultada pela aplicação das cartas de controlo  $Q$ , onde os valores médios vão sendo sempre actualizados. No que respeita ao caudal, este pode ser determinado a partir de

informação facultada pelos serviços dos SMAS relativamente à percentagem de abertura da válvula e correspondente caudal (Tabela 5.20).

Tabela 5. 20 - Percentagem de abertura da válvula e caudal correspondente

% Abertura	Caudal
0,0	0
7,7	60
9,2	80
13,8	110
15,4	128
18,5	157
23,1	183
26,2	200
32,3	215
35,4	215
40,0	220
44,6	222
47,7	225
53,8	227
61,5	227
69,2	227
84,6	227
92,3	229
100,0	234

A partir da tabela anterior traçaram-se dois gráficos, com o intuito de obter o melhor ajuste da equação polinomial de segundo grau aos pontos experimentais. Caso a percentagem de abertura da válvula seja inferior a 50, a equação polinomial de segundo grau é dada pela Figura 5.8, se for superior a 50 é dada pela Figura 5.9.

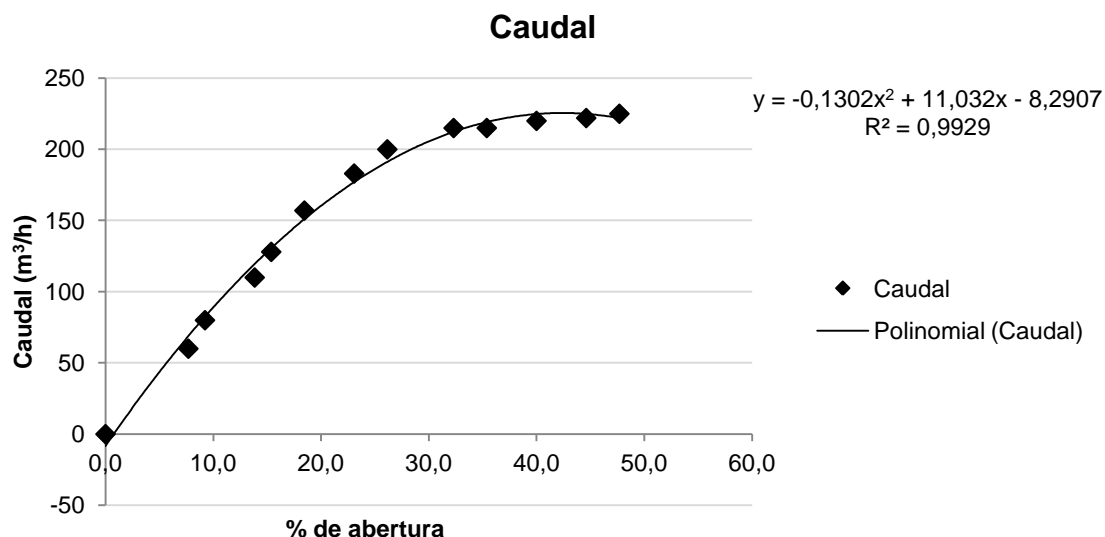


Figura 5. 8 - Gráfico que dá a equação polinomial caso a percentagem de abertura da válvula seja inferior a 50%

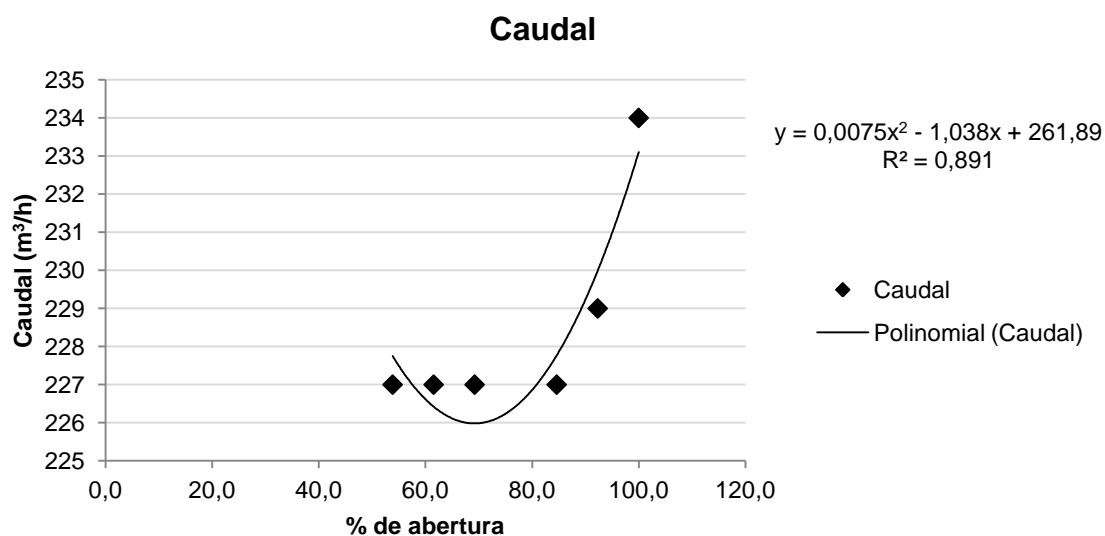


Figura 5. 9 - Gráfico que dá a equação polinomial caso a percentagem de abertura da válvula seja superior a 50%

Para o reservatório 1 apenas vai água proveniente da captação C1, logo a condutividade esperada à saída do reservatório será igual à condutividade média à saída da captação, ou seja, 461,6  $\mu\text{S/cm}$  a 20°C, independentemente da abertura da válvula.

Para a construção dos modelos matemáticos que irão permitir estimar os valores da condutividade à saída dos reservatórios, consideraram-se duas situações específicas:

- 1) Quando o reservatório apenas é alimentado por água proveniente de captações;
- 2) Quando o reservatório é alimentado por água de captações e outros reservatórios.

Para a primeira situação, a fórmula que irá permitir determinar a condutividade esperada à saída do reservatório é dada pela seguinte expressão, em que o caudal determina-se por uma das equações polinomiais de segundo grau, obtidas através das figuras 5.8 e 5.9.

$$Cond. esp = \frac{c_A}{c_A + c_B + \dots + c_N} \bar{X}_A + \frac{c_B}{c_A + c_B + \dots + c_N} \bar{X}_B + \dots + \frac{c_N}{c_A + c_B + \dots + c_N} \bar{X}_N \quad (5.1)$$

em que:

$Cond. esp$  – Condutividade esperada à saída do reservatório ( $\mu S/cm$  a  $20^\circ C$ )

$c_A$  – Caudal da captação A ( $m^3/h$ )

$c_B$  – Caudal da captação B ( $m^3/h$ )

$c_N$  – Caudal da captação N ( $m^3/h$ )

$\bar{X}_A$  – Condutividade média à saída da captação A ( $\mu S/cm$  a  $20^\circ C$ )

$\bar{X}_B$  – Condutividade média à saída da captação B ( $\mu S/cm$  a  $20^\circ C$ )

$\bar{X}_N$  – Condutividade média à saída da captação N ( $\mu S/cm$  a  $20^\circ C$ )

Por exemplo, o reservatório 2 (R2) recebe água apenas de duas captações, C14 e C25. Substituindo na equação anterior, vem:

$$Cond. esp = \frac{c_{C14}}{c_{C14} + c_{C25}} \bar{X}_{C14} + \frac{c_{C25}}{c_{C14} + c_{C25}} \bar{X}_{C25}$$

Para a segunda situação, em que um determinado reservatório pode receber água não só das captações, como também de outros reservatórios, o procedimento a seguir é análogo ao anterior (primeira situação). Deste modo, a equação geral para determinar a condutividade esperada à saída de um dado reservatório é dada pela equação (5.2):

$$Cond. esp = \frac{c_A}{c_A + c_B + \dots + c_N + c_{R_A} + \dots + c_{R_N}} \bar{X}_A + \frac{c_B}{c_A + c_B + \dots + c_N + c_{R_A} + \dots + c_{R_N}} \bar{X}_B + \dots + \frac{c_N}{c_A + c_B + \dots + c_N + c_{R_A} + \dots + c_{R_N}} \bar{X}_N + \frac{c_{R_A}}{c_A + c_B + \dots + c_N + c_{R_A} + \dots + c_{R_N}} Cond. esp_{R_A} + \dots + \frac{c_{R_N}}{c_A + c_B + \dots + c_N + c_{R_A} + \dots + c_{R_N}} Cond. esp_{R_N} \quad (5.2)$$

## 5.4 Validação do Algoritmo

O algoritmo desenvolvido no ponto anterior assume como pressuposto que a condutividade resultante da junção das águas provenientes das várias captações e outros reservatórios, corresponda a proporcionalidades directas, pelo que a validação do algoritmo proposto terá de passar por uma verificação desse pressuposto. Para tal, realizaram-se análises laboratoriais à água de duas captações, C18 e C28, assim como à mistura destas águas entre si e com água destilada. Apesar das captações C18 e C28 não pertencerem à zona de abastecimento 4 (ZA4), o modelo estatístico desenvolvido é o mesmo para qualquer uma das outras zonas de abastecimento.

Os valores da condutividade da Tabela 5.21, Tabela 5.22, Tabela 5.26, Tabela 5.30 e Tabela 5.34 dizem respeito ao dia 17 de Abril de 2012.

Tabela 5. 21 - Condutividade das captações C18 e C28 para 3 frascos de água distintos

Condutividade ( $\mu\text{S/cm}$ )		
Frasco	Captação C18	Captação C28
1	1519	512
2	1517	511
3	1512	513

Dos 3 frascos de cada uma das captações juntou-se o frasco 1 e o frasco 3 e fizeram-se 10 medições da condutividade da água.

Como se mencionou no capítulo da metodologia (ponto 4.2), o valor da condutividade da água pode assumir dois extremos, quando a água é destilada ou quando a água é salgada. Na presente dissertação estudou-se a água destilada com o intuito de conhecer um dos extremos (Tabela 5.22).

Tabela 5. 22 - Medições da condutividade para as captações C18 e C28 e água destilada

Condutividade ( $\mu\text{S/cm}$ )			
Medição	Captação C18	Captação C28	Água Destilada
1	1526	515	1,6
2	1526	515	1,6
3	1526	515	1,5
4	1526	515	1,5
5	1526	515	1,5
6	1526	515	1,5
7	1526	515	1,5
8	1526	515	1,5
9	1525	515	1,6
10	1525	515	1,6



De seguida procedeu-se à realização das estatísticas descritivas para as três águas, captação C18 (Tabela 5.23), captação C28 (Tabela 5.24) e água destilada (Tabela 5.25).

Tabela 5. 23 - Estatística descritiva para a captação C18

<b>Captação C18</b>	
<b>Média</b>	1525,8
<b>Erro-padrão</b>	0,13
<b>Mediana</b>	1526
<b>Moda</b>	1526
<b>Desvio-padrão</b>	0,42
<b>Variância da amostra</b>	0,18
<b>Mínimo</b>	1525
<b>Máximo</b>	1526
<b>Soma</b>	15258
<b>Contagem</b>	10
<b>Nível de confiança (95,0%)</b>	0,3

Tabela 5. 24 - Estatística descritiva para a captação C28

<b>Captação C28</b>	
<b>Média</b>	515
<b>Erro-padrão</b>	0
<b>Mediana</b>	515
<b>Moda</b>	515
<b>Desvio-padrão</b>	0
<b>Variância da amostra</b>	0
<b>Mínimo</b>	515
<b>Máximo</b>	515
<b>Soma</b>	5150
<b>Contagem</b>	10
<b>Nível de confiança (95,0%)</b>	0

Tabela 5. 25 - Estatística descritiva para a água destilada

<b>Água Destilada</b>	
<b>Média</b>	1,54
<b>Erro-padrão</b>	0,016
<b>Mediana</b>	1,5
<b>Moda</b>	1,5
<b>Desvio-padrão</b>	0,052
<b>Variância da amostra</b>	0,003
<b>Mínimo</b>	1,5
<b>Máximo</b>	1,6
<b>Soma</b>	15,4
<b>Contagem</b>	10
<b>Nível de confiança (95,0%)</b>	0,04

Após conhecer as características dos dados recolhidos das duas captações e da água destilada, fizeram-se algumas diluições: captação C18 com a captação C28; captação C18 com água destilada; e captação C28 com água destilada.

#### 5.4.1 Diluições entre as águas provenientes das captações C18 e C28

No que respeita à mistura de águas da captação C18 com a captação C28 fizeram-se 9 diluições (10 medições cada) perfazendo sempre um volume total de 100 ml, ou seja, 10 ml da captação C18 com 90 ml da captação C28, 20 ml da captação C18 com 80 ml da captação C28 e assim sucessivamente até 90 ml da captação C18 com 10 ml da captação C28 (Tabela 5.26).

Tabela 5. 26 - Condutividades correspondentes às 9 diluições entre às captações C18 e C28

Condutividade ( $\mu\text{S/cm}$ )									
Medição	10ml C18 + 90ml C28	20ml C18 + 80ml C28	30ml C18 + 70ml C28	40ml C18 + 60ml C28	50ml C18 + 50ml C28	60ml C18 + 40ml C28	70ml C18 + 30ml C28	80ml C18 + 20ml C28	90ml C18 + 10ml C28
1	616	718	821	923	1023	1122	1223	1325	1423
2	617	717	821	922	1023	1122	1221	1325	1424
3	617	717	821	923	1022	1121	1221	1324	1423
4	617	717	822	923	1022	1121	1221	1324	1422
5	617	717	820	922	1021	1121	1220	1322	1421
6	618	717	820	922	1021	1120	1220	1322	1421
7	616	718	820	922	1021	1120	1220	1323	1420
8	616	717	820	922	1020	1119	1219	1322	1420
9	616	716	820	922	1019	1119	1219	1322	1419
10	616	716	820	922	1020	1119	1219	1322	1420

Para cada uma das diluições efectuou-se o cálculo da média dos valores ( $\bar{X}$ ), do desvio padrão ( $S_{ij}$ ) e da variância ( $S_{ij}^2$ ) da série de valores. Estes dados são extremamente importantes para o cálculo da variância total ( $S_{rj}^2$ ), do limite de repetibilidade ( $r_{rep}$ ) e do coeficiente de variação da repetibilidade ( $CV_r$ ) (Tabela 5.27). Todos os parâmetros mencionados anteriormente são calculados com base no procedimento técnico “Precisão em condições de repetibilidade” (PT.FQ01). Este é o procedimento adoptado sempre que se está em condições de repetibilidade (como no caso das diluições), isto é, condições em que os resultados de testes independentes são obtidos com o mesmo método, em condições idênticas, no mesmo laboratório, pelo mesmo analista, pelo mesmo equipamento e em intervalos de tempo curtos.

Para calcular a variância da repetibilidade ( $S_{rj}^2$ ), a equação usada foi a (5.3).

$$S_{rj}^2 = \frac{\sum_{i=1}^p (n_{ij}-1) \cdot S_{ij}^2}{\sum_{i=1}^p (n_{ij}-1)} \quad (5.3)$$

onde,

$S_{ij}^2$  – variância associada aos resultados para cada série de padrões

$p$  – número de padrões utilizados

$n_{ij}$  – número de determinações

Apesar das diluições terem sido feitas com águas de duas captações diferentes, o número de padrões utilizados é apenas 1, logo da equação anterior resulta que a variância da repetibilidade é igual à variância da série de valores.

Para um nível de confiança de 95%, o limite de repetibilidade ( $r_{rep}$ ) é obtido pela equação (5.4).

$$r_{rep} = 2,8 \cdot \sqrt{S_{rj}^2} \quad (5.4)$$

Relativamente ao coeficiente de variação da repetibilidade ( $CV_r$ ), para cada série de concentrações é calculado a partir da equação (5.5).

$$CV_r = \frac{S_{rj}}{\bar{X}} \times 100 \quad (5.5)$$

sendo,

$S_{rj}$  – desvio padrão da repetibilidade

$\bar{X}$  – média dos valores considerados

Tabela 5. 27 - Média, desvio padrão, variância da série de valores, variância da repetibilidade, limite de repetibilidade e coeficiente de variação da repetibilidade para as 9 diluições feitas entre a captação C18 e C28

	10ml C18 + 90ml C28	20ml C18 + 80ml C28	30ml C18 + 70ml C28	40ml C18 + 60ml C28	50ml C18 + 50ml C28	60ml C18 + 40ml C28	70ml C18 + 30ml C28	80ml C18 + 20ml C28	90ml C18 + 10ml C28
$\bar{X}$	616,6	717	820,5	922,3	1021,2	1120,4	1220,3	1323,1	1421,3
$S_{ij}$	0,699	0,667	0,707	0,483	1,317	1,174	1,252	1,287	1,636
$S_{ij}^2$	0,489	0,444	0,5	0,233	1,733	1,378	1,567	1,656	2,678
$S_{rj}^2$	0,489	0,444	0,5	0,233	1,733	1,378	1,567	1,656	2,678
$r_{rep}$	1,958	1,867	1,98	1,353	3,686	3,287	3,505	3,603	4,582
$CVr$ (%)	0,113	0,093	0,086	0,052	0,129	0,105	0,103	0,097	0,115

Depois de conhecer os parâmetros estatísticos para as 9 diluições das captações C18 e C28, determinou-se a condutividade esperada por dois métodos distintos. O primeiro método consistiu em determinar o valor da condutividade esperada, multiplicando o volume utilizado para uma captação, pela condutividade média dessa mesma captação e somando ao restante volume da outra captação multiplicando pela condutividade média dessa captação. Exemplificando, quando se dilui 30 ml da captação C18 com 70 ml da captação C28 a fórmula usada será então:

$$Condutividade_{esperada} = 0,3 \times 1525,8 + 0,7 \times 515 = 818,24 \mu S/cm$$

Na Tabela 5.28 encontra-se o resumo das condutividades esperadas calculadas pelo primeiro método.

Tabela 5. 28 - Condutividade esperada para as 9 diluições feitas entre as águas provenientes das captações C18 e C28

Diluições	Condutividade Esperada ( $\mu S/cm$ )
10 ml C18 + 90 ml C28	616,08
20 ml C18 + 80 ml C28	717,16
30 ml C18 + 70 ml C28	818,24
40 ml C18 + 60 ml C28	919,32
50 ml C18 + 50 ml C28	1020,4
60 ml C18 + 40 ml C28	1121,48
70 ml C18 + 30 ml C28	1222,56
80 ml C18 + 20 ml C28	1323,64
90 ml C18 + 10 ml C28	1424,72

Pelo segundo método efectuou-se uma regressão linear a partir da Tabela 5.29, em que pela equação da recta, obtida pela Figura 5.10, se poderá obter o valor da condutividade esperada.

Dado que se está a efectuar um estudo estatístico rigoroso optou-se por apresentar simultaneamente as tabelas de valores e os gráficos correspondentes, de forma a melhor visualizar a contribuição de cada ponto experimental para o ajuste pretendido.

Tabela 5. 29 - Condutividade média para cada percentagem de diluição referente às captações C18 e C28

%diluição	Condutividade Média (µS/cm)
10	616,6
20	717
30	820,5
40	922,3
50	1020,4
60	1120,4
70	1220,3
80	1323,1
90	1421,3

Comparando os valores da Tabela 5.28 e da Tabela 5.29 é possível concluir que estes são praticamente os mesmos, não diferindo de forma significativa.

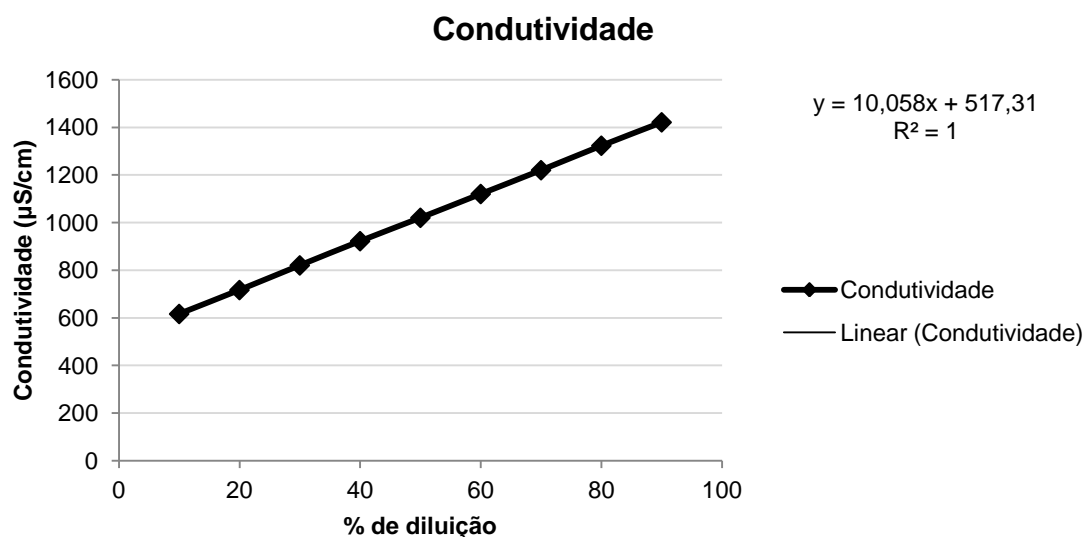


Figura 5. 10 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente às captações C18 e C28

Por este método é possível verificar um comportamento linear, isto é, obtém-se uma proporcionalidade directa em que a ordenada na origem é o valor da condutividade mais baixa. A justificação para se observar uma proporcionalidade directa quando se misturam águas provenientes de duas captações reside no facto destas águas serem equilibradas e por isso observa-se um comportamento linear, uma vez que, os iões presentes em solução são de espécies idênticas, e ao juntar as duas águas, os iões que ficam em solução serão os mesmos nas proporções de cada uma das componentes da mistura.

Após se fazerem as diluições com as águas provenientes das duas captações (C18 e C28) procedeu-se à diluição destas com água destilada.

#### 5.4.2 Diluições entre a água proveniente da captação C18 e água destilada

Relativamente à mistura da água oriunda da captação C18 com a água destilada fizeram-se 5 diluições (10 medições cada) perfazendo sempre um volume total de 100 ml, isto é, 30 ml da captação C18 com 70 ml de água destilada, 40 ml da captação C18 com 60 ml de água destilada e assim sucessivamente até 70 ml da captação C18 com 30 ml de água destilada, (Tabela 5.30).

Tabela 5. 30 - Condutividades correspondentes às 5 diluições entre a água da captação C18 e a água destilada

Condutividade ( $\mu\text{S/cm}$ )					
Medição	30 ml C18 + 70 ml Água Destilada	40 ml C18 + 60 ml Água Destilada	50 ml C18 + 50 ml Água Destilada	60 ml C18 + 40 ml Água Destilada	70 ml C18 + 30 ml Água Destilada
1	487	640	791	939	1087
2	486	640	791	939	1087
3	486	639	791	939	1086
4	486	639	792	938	1086
5	486	639	790	938	1085
6	486	639	790	938	1086
7	486	638	790	938	1086
8	486	638	791	937	1085
9	487	638	790	937	1085
10	487	638	790	937	1086

Para cada uma das cinco diluições calculou-se a média dos valores ( $\bar{X}$ ), o desvio padrão ( $S_{ij}$ ) e a variância ( $S_{ij}^2$ ) da série de valores. Estes dados são necessários para o cálculo da variância total ( $S_{rj}^2$ ), do limite de repetibilidade ( $r_{rep}$ ) e do coeficiente de variação da repetibilidade ( $CVr$ ) (Tabela 5.31).

Embora as diluições tenham sido feitas com água de uma captação e com água destilada, o número de padrões utilizados é apenas 1, portanto da equação (5.3) resulta que a variância da repetibilidade é igual à variância da série de valores.

Tabela 5. 31 - Média, desvio padrão, variância da série de valores, variância da repetibilidade, limite de repetibilidade e coeficiente de variação da repetibilidade para as 5 diluições feitas entre a água da captação C18 e a água destilada

	<b>30 ml C18 + 70 ml Água Destilada</b>	<b>40 ml C18 + 60 ml Água Destilada</b>	<b>50 ml C18 + 50 ml Água Destilada</b>	<b>60 ml C18 + 40 ml Água Destilada</b>	<b>70 ml C18 + 30 ml Água Destilada</b>
$\bar{X}$	486,3	638,8	790,6	938	1085,9
$S_{ij}$	0,483	0,789	0,699	0,816	0,738
$S_{ij}^2$	0,233	0,622	0,489	0,667	0,544
$S_{rj}^2$	0,233	0,622	0,489	0,667	0,544
$r_{rep}$	0,966	2,209	1,958	2,286	2,066
$CVr$ (%)	0,099	1,123	0,088	0,087	0,068

Conhecidos os parâmetros estatísticos para as cinco diluições da captação C18 com água destilada determinou-se a condutividade esperada por dois métodos diferentes. Os métodos usados neste caso foram os mesmos que os utilizados no caso das diluições entre as águas das captações C18 e C28.

Na Tabela 5.32 estão resumidas as condutividades esperadas calculadas pelo primeiro método.

Tabela 5. 32 - Condutividade esperada para as 5 diluições feitas entre a água proveniente da captação C18 e água destilada

<b>Diluições</b>	<b>Condutividade Esperada (<math>\mu S/cm</math>)</b>
<b>30 ml C18 + 70 ml Água Destilada</b>	458,8
<b>40 ml C18 + 60 ml Água Destilada</b>	611,2
<b>50 ml C18 + 50 ml Água Destilada</b>	763,7
<b>60 ml C18 + 40 ml Água Destilada</b>	916,1
<b>70 ml C18 + 30 ml Água Destilada</b>	1068,5

Pelo segundo método foi efectuada uma regressão linear com base na Tabela 5.33, em que pela equação da recta, obtida pela Figura 5.11, se poderá conhecer o valor da condutividade esperada.

Tabela 5. 33 - Condutividade média para cada percentagem de diluição referente à água da captação C18 e à água destilada

% Diluição	Condutividade Média ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ )
30	486,3
40	638,8
50	790,6
60	938
70	1085,9

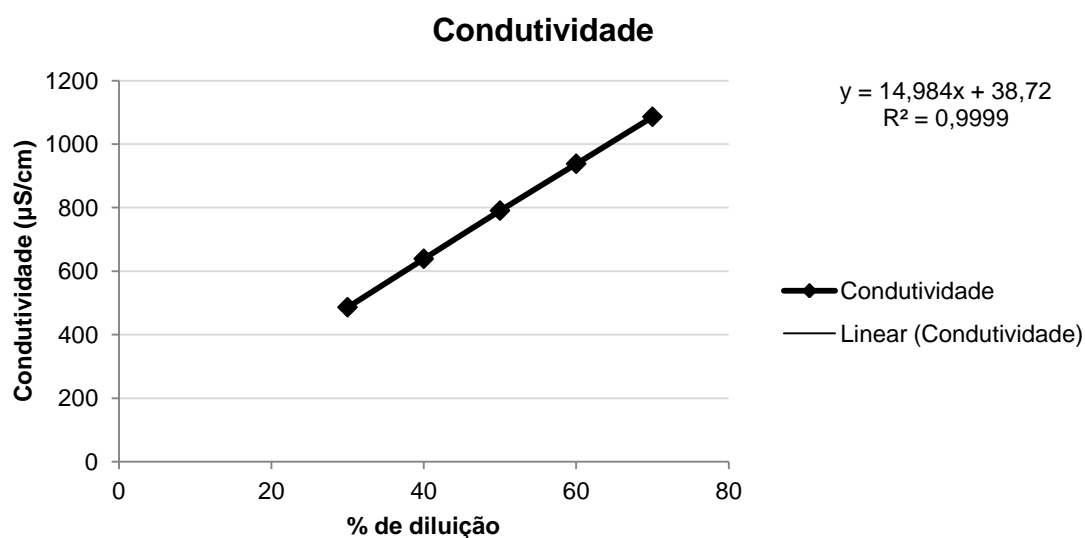


Figura 5. 11 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C18 e à água destilada

Com o intuito de obter um ajustamento perfeito (todas as observações sobre a recta de regressão), isto é, um valor de  $R^2=1$ , desprezou-se o ponto mais afastado (486,3  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ) e voltou-se a efectuar uma regressão linear. Deste modo foi possível obter um ajuste perfeito, como mostra a Figura 5.12.



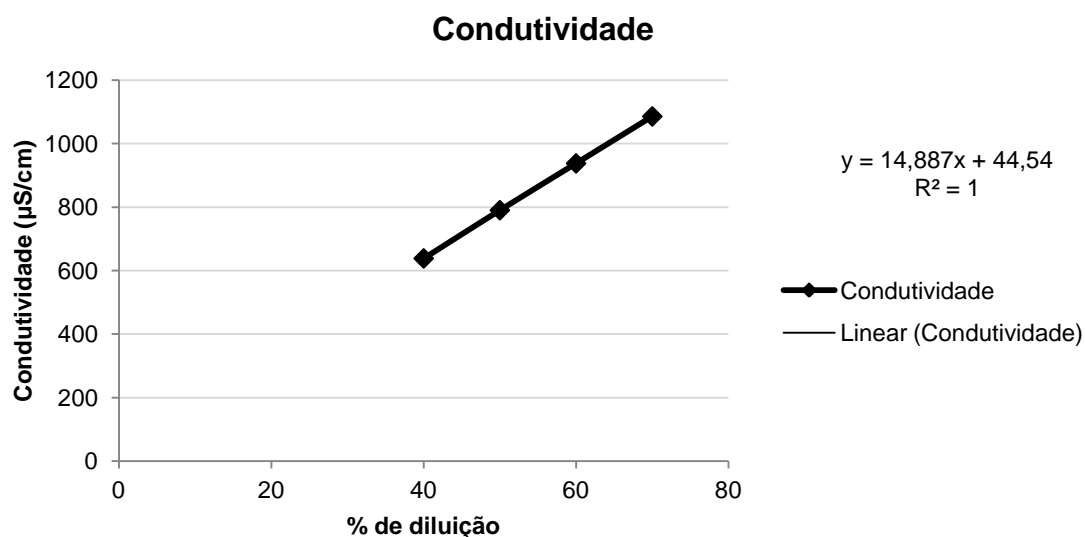


Figura 5. 12 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C18 e à água destilada (considerando 4 pontos experimentais)

Apesar de se ter eliminado um ponto, continua a não se verificar uma proporcionalidade directa, isto é, a ordenada na origem obtida é 44,54 µS/cm, em vez do valor esperado de 1,5 µS/cm (condutividade da água destilada). Este facto deve-se à sensibilidade do condutivímetro utilizado.

#### 5.4.3 Diluições entre a água proveniente da captação C28 e água destilada

Por último, diluiu-se água da captação C28 com água destilada e procedeu-se de forma análoga às diluições da captação C18 com água destilada.

Na Tabela 5.34 encontram-se os resultados da condutividade obtidos para as 5 diluições (10 medições cada) entre a água proveniente da captação C28 e a água destilada.

Tabela 5. 34 - Condutividades correspondentes às 5 diluições entre a água da captação C28 e a água destilada

Condutividade (µS/cm)					
Medição	30 ml C28 + 70 ml Água Destilada	40 ml C28 + 60 ml Água Destilada	50 ml C28 + 50 ml Água Destilada	60 ml C28 + 40 ml Água Destilada	70 ml C28 + 30 ml Água Destilada
1	164,4	217	269	320	368
2	164,6	217	269	320	368
3	164,6	217	268	319	368

Tabela 5. 34- Condutividades correspondentes às 5 diluições entre a água da captação C28 e a água destilada (continuação)

Condutividade ( $\mu\text{S/cm}$ )					
Medição	30 ml C28 + 70 ml Água Destilada	40 ml C28 + 60 ml Água Destilada	50 ml C28 + 50 ml Água Destilada	60 ml C28 + 40 ml Água Destilada	70 ml C28 + 30 ml Água Destilada
4	164,6	217	268	319	368
5	164,5	217	268	319	368
6	164,5	217	268	319	368
7	164,4	218	268	319	369
8	164,4	218	269	319	368
9	164,5	218	269	319	367
10	164,5	218	268	319	369

Tal como para as diluições entre as águas das captações C18 e C28 e entre a água da captação C18 com água destilada, procedeu-se ao cálculo da média dos valores ( $\bar{X}$ ), do desvio padrão ( $S_{ij}$ ) e da variância ( $S_{ij}^2$ ) da série de valores. Estes parâmetros são fundamentais para o cálculo da variância total ( $S_{rj}^2$ ), do limite de repetibilidade ( $r_{rep}$ ) e do coeficiente de variação da repetibilidade ( $CVr$ ) (Tabela 5.35). O número de padrões utilizados considerado também é 1, assim como nos dois casos anteriores, logo, pode-se concluir que a variância da repetibilidade é igual à variância da série de valores.

Tabela 5. 35 - Média, desvio padrão, variância da série de valores, variância da repetibilidade, limite de repetibilidade e coeficiente de variação da repetibilidade para as 5 diluições feitas entre a água da captação C28 e a água destilada

	30 ml C28 + 70 ml Água Destilada	40 ml C28 + 60 ml Água Destilada	50 ml C28 + 50 ml Água Destilada	60 ml C28 + 40 ml Água Destilada	70 ml C28 + 30 ml Água Destilada
$\bar{X}$	164,5	217,4	268,4	319,2	368,1
$S_{ij}$	0,082	0,516	0,516	0,422	0,568
$S_{ij}^2$	0,007	0,267	0,267	0,178	0,322
$S_{rj}^2$	0,07	0,267	0,267	0,178	0,322
$r_{rep}$	0,229	1,446	1,446	1,181	1,589
$CVr$ (%)	0,05	0,238	0,192	0,132	0,154

Depois de conhecidos os parâmetros estatísticos para as cinco diluições da captação C28 com água destilada determinou-se a condutividade esperada por dois métodos diferentes,

procedendo-se de forma semelhante aos dois casos anteriores (diluição entre as águas das captações C18 e C28 e entre a água da captação C18 com a água destilada).

Na Tabela 5.36 encontra-se um quadro resumo das condutividades esperadas calculadas pelo primeiro método.

Tabela 5. 36 - Condutividade esperada para as 5 diluições feitas entre a água proveniente da captação C28 e água destilada

Diluições	Condutividade Esperada ( $\mu\text{S/cm}$ )
30 ml C28 + 70 ml Água Destilada	155,6
40 ml C28 + 60 ml Água Destilada	206,9
50 ml C28 + 50 ml Água Destilada	258,3
60 ml C28 + 40 ml Água Destilada	309,6
70 ml C28 + 30 ml Água Destilada	360,9

Pelo segundo método efectuou-se uma regressão linear a partir da Tabela 5.37, em que pela equação da recta, dada pela Figura 5.13, se poderá obter o valor da condutividade esperada.

Tabela 5. 37 - Condutividade média para cada percentagem de diluição referente à água da captação C28 e à água destilada

% de diluição	Condutividade Média ( $\mu\text{S/cm}$ )
30	164,5
40	217,4
50	268,4
60	319,2
70	368,1

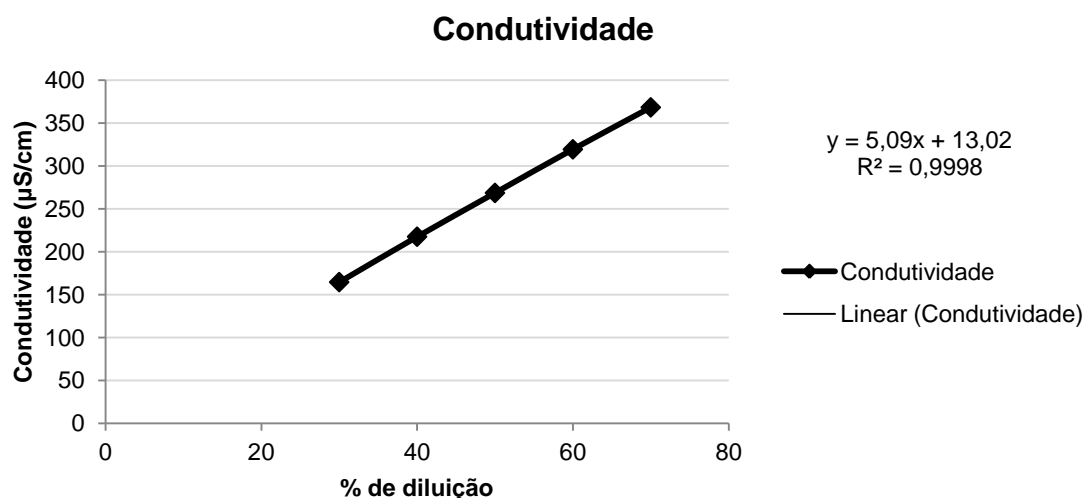


Figura 5. 13 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C28 e à água destilada

Por forma a obter um melhor ajuste e um valor de ordenada na origem correspondente ao valor da condutividade da água destilada (1,5  $\mu\text{S/cm}$ ), realizaram-se mais duas regressões lineares, eliminando os pontos que mais afastados se encontravam. Assim sendo no gráfico da Figura 5.14 foi desprezado o ponto referente à condutividade de 164,5  $\mu\text{S/cm}$ . Como o ajuste ainda não era perfeito, eliminou-se o outro ponto mais afastado (368,1  $\mu\text{S/cm}$ ), como mostra o gráfico da Figura 5.15.

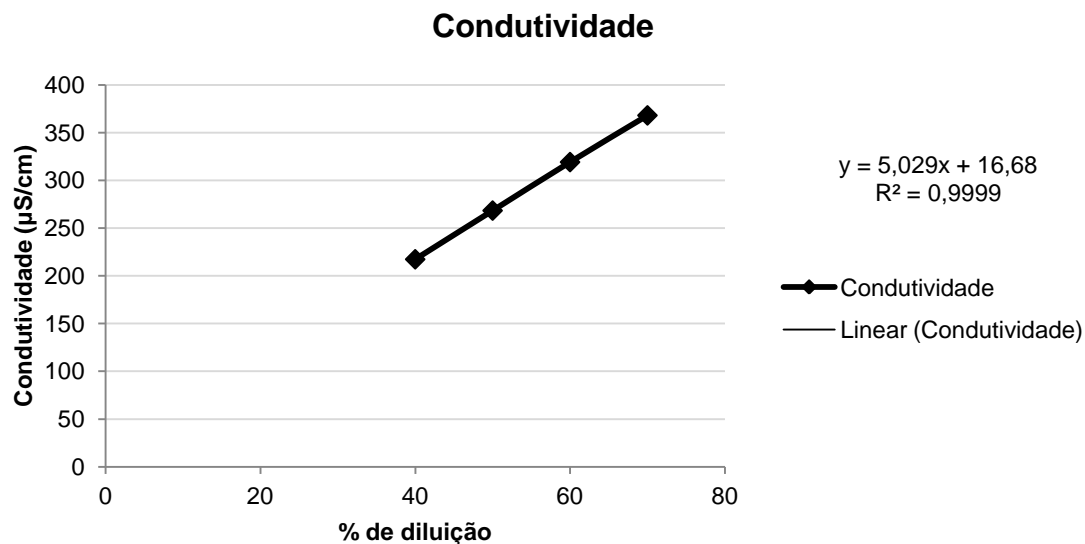


Figura 5. 14 – Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C28 e à água destilada (considerando 4 pontos experimentais)

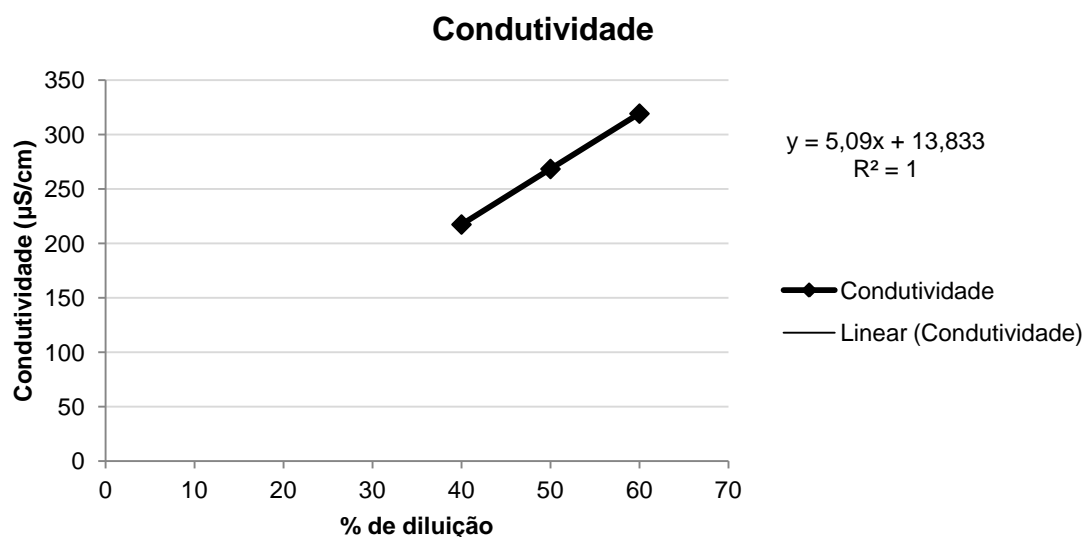


Figura 5. 15 - Condutividade em função da percentagem de diluição referente à captação C28 e à água destilada (considerando 3 pontos experimentais)

Quando se dilui água das captações C18 e C28 com água destilada verifica-se um comportamento linear, apesar do valor da condutividade não coincidir com o valor esperado, isto é, o valor da condutividade da água destilada. O pretendido seria obter um valor de ordenada na origem correspondente ao valor da condutividade da água destilada. No entanto, tal não foi verificado devido à sensibilidade do condutímetro utilizado, que admite uma larga escala de medição da condutividade. A maior quantidade de água destilada usada nas diluições é 70 ml, sendo os restantes 30 ml de água proveniente das captações. O valor da condutividade obtido quando se diluiu 30 ml de água da captação C18 com 70 ml de água destilada foi 486,3  $\mu\text{S}/\text{cm}$ , e para o caso em que se diluiu 30 ml de água da captação C28 com 70 ml de água destilada, o valor obtido foi 164,5  $\mu\text{S}/\text{cm}$ . Sabendo que o valor médio da condutividade da água destilada obtido foi de 1,5  $\mu\text{S}/\text{cm}$ , então é possível concluir que ainda existem muitos iões presentes em solução, uma vez que, quanto mais baixo é o valor da condutividade, menos iões estão dissolvidos na água.

Este estudo permitiu então concluir que quando se juntam águas com condutividades diferentes (como no exemplo da captação C18 e C28), a proporcionalidade obtida é directa.



## Capítulo 6 – Conclusões e Recomendações

### 6.1 Conclusões

O objectivo central da presente dissertação consistia no desenvolvimento de um modelo estatístico, denominado algoritmo, que iria permitir controlar a condutividade da água dos SMAS de Almada. Este modelo tem como função principal obter estimativas da condutividade da água à saída de 6 reservatórios, com base em dados recolhidos a partir de 32 captações. A metodologia adoptada compreendeu quatro fases: tratamento e caracterização dos dados históricos; aplicação de cartas de controlo; construção do algoritmo e sua validação.

Para o desenvolvimento do modelo foi necessário, em primeira instância, uma investigação teórica, baseada em livros e artigos científicos, com o intuito de conhecer mais sobre o estudo de *outliers* e cartas de controlo  $\bar{Q}$ .

O primeiro passo para a construção do algoritmo consistiu no tratamento e caracterização dos dados históricos. Para tal, foram aplicados três métodos de detecção de *outliers* (Dixon, Grubbs e MAD) a cada uma das séries de dados das captações. O objectivo consistia em identifica-los e possivelmente eliminá-los, dado que, estes poderiam adulterar as conclusões do estudo. Uma vez tratadas as séries, procedeu-se à sua caracterização em termos de tendência central e dispersão.

Pode-se concluir que o número de *outliers* detectados pelos métodos de identificação nem sempre foi o mesmo. A identificação de *outliers* recorrendo a determinados métodos pode ser “perigosa”, uma vez que pode conduzir à eliminação de falsos *outliers*. O método de Dixon é conhecido como sendo um dos métodos mais simples para a identificação de *outliers*, uma vez que permite apenas identificar um *outlier*, o que para este estudo em particular se tornou ineficaz. Relativamente ao método iterativo MAD, quando foi utilizado em séries de observações com uma dispersão muito reduzida tornou-se um método muito sensível a pequenos desvios, o que levou à identificação de um número significativamente superior de *outliers* quando comparado com os outros dois métodos de identificação. O método de Grubbs revelou-se o método de identificação de *outliers* mais eficaz, pois retém toda a informação excepto os dados que vão sendo eliminados.

Numa segunda fase, como não existiam dados suficientes para estimar os parâmetros do processo (média e desvio padrão) foi aplicado o controlo estatístico de “pequenas produções” (*short run*), mais precisamente, cartas  $\bar{Q}$ , com o intuito de monitorizar e controlar os valores da condutividade da água à saída de cada captação. Estas cartas, apesar de estimarem os parâmetros com pouca informação, têm a vantagem de no último instante ser possível obter sempre o valor da média e do desvio padrão actualizados.

Posteriormente foi então desenvolvido o modelo estatístico, com o objectivo de estimar a condutividade da água à saída dos reservatórios. O algoritmo foi testado na zona de

abastecimento 4 (ZA4), contudo pode ser facilmente adaptável e utilizado para as restantes zonas de abastecimento. Um reservatório pode receber água apenas das captações, mas também água proveniente de outros reservatórios. Para conhecer a condutividade esperada à saída de cada reservatório foi necessário conhecer dois parâmetros, a condutividade média à saída de cada captação (dada pelas cartas de controlo  $Q$ ) e a relação de abertura das válvulas/caudal.

O último passo consistiu na validação do algoritmo realizando análises laboratoriais à água de duas captações, C18 e C28, bem como à mistura destas águas entre si e com água destilada. Relativamente às diluições das águas das duas captações, quando se efectua uma regressão linear com base na percentagem de diluição e respectiva condutividade média verificou-se a existência de um comportamento linear, obtendo-se desta forma uma proporcionalidade directa em que a ordenada na origem era o valor da condutividade mais baixa. A explicação para se obter uma proporcionalidade directa quando se diluem águas provenientes de duas captações, reside no facto destas águas serem equilibradas e, deste modo, observa-se um comportamento linear, dado que, os iões presentes em solução são de espécies idênticas, e ao juntar as duas águas, os iões que ficam em solução serão os mesmos nas proporções de cada uma das componentes da mistura. O intuito de se fazerem diluições com as águas provenientes das captações e água destilada era conhecer o comportamento de uma água destinada ao consumo humano quando misturada com uma água quase pura, isto é, água destilada. Pode-se então concluir que quando se dilui água das captações com água destilada, apesar de se verificar um comportamento linear, o valor da condutividade não coincide com o valor esperado, isto é, com o valor da condutividade da água destilada. Porém ainda existem muitos iões presentes em solução, pois quanto mais baixo é o valor da condutividade, menos iões estão dissolvidos na água.

Pode-se então concluir que toda a metodologia desenvolvida na presente dissertação foi aplicada com sucesso, sendo que, através de uma adaptação de cartas de controlo *short run* (cartas  $Q$ ), que normalmente são aplicadas na indústria, ao controlo da condutividade da água veio constituir uma mais-valia, permitindo obter estimativas dos valores da condutividade sempre actualizados.

O modelo desenvolvido, por apenas incorporar dois parâmetros (condutividade média e caudal), não tendo em conta o factor tempo, ainda é considerado uma primeira abordagem para dar resposta ao objectivo a que este trabalho se propôs.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

A presente dissertação iniciou o desenvolvimento do modelo estatístico destinado ao controlo da condutividade da água dos SMAS de Almada. No entanto, este é um trabalho contínuo que deve ser melhorado, desenvolvendo novas metodologias e aplicando novas técnicas.



Neste trabalho, o desenvolvimento do algoritmo apenas compreendeu dois parâmetros, a condutividade média à saída de cada captação (dada pelas cartas de controlo  $Q$ ) e a relação abertura da válvula/caudal. Sugere-se, portanto, uma melhoria do modelo estatístico, considerando também o factor tempo, pois a água leva algum tempo a chegar da captação até ao reservatório.

Os SMAS de Almada implementaram um sistema de telegestão no sistema de abastecimento de água, permitindo controlar *online* todas as variáveis relativas à exploração de furos de captação, reservatórios, estações elevatórias de água e reservatórios integrados. Deste modo será mais fácil conhecer os valores da condutividade à saída dos furos de captação e reservatórios, sem ser necessário a recolha de amostras de água pelos operadores, pois as medições *online* já se encontram colocadas em locais com mistura de águas. Sugere-se então uma melhoria do modelo estatístico aplicado aos dados provenientes da telegestão.

A literatura refere alguns estudos relativos a cartas de controlo CUSUM (baseia-se em somas acumuladas) e EWMA (baseia-se na média móvel exponencialmente amortecida) na qualidade da água destinada ao consumo humano. No entanto são inexistentes estudos relativos ao controlo estatístico de “pequenas produções” (*short run*). Desta forma, um estudo mais aprofundado das cartas  $Q$  na temática da água para consumo humano, surge como uma necessidade.



## Bibliografia

- Anscombe, F. (1960). "Rejection of outliers". *Technometrics*, 2 , 123-147.
- Atkinson, A. (1981). "Two graphical displays for outlying and influential observations in regression". *Biometrika*, 68 , 13-20.
- Barnett, V., & Lewis, T. (1994). "*Outliers in statistical data*". New York: John Wiley & Sons.
- Beckman, R., & Cook, R. (1983). "Outlier.....s". *Technometrics*, 25 , 119-163.
- Behrman, H. G. (1939). "Determination of total dissolved solids in water by electrical conductivity". *Ind. Eng. Chem. Anal. Ed.* 11 , 355.
- Brant, R. (1990). "Comparing classical and resistant outlier rules". *Journal of the American Statistical Association*, 85 , 1083-1090.
- Cook, R. D. (1977). "Detection of influential observation in linear regression". *Technometrics*, 19 , 15-18.
- Cox, V. H. (2000). "Relationship between conductivity and analysed composition in a large set of natural surface-water samples, Queensland, Australia". *Environ. Geol.* 39 , 1325-1333.
- Efstathiou, C. E. (2006). "Estimation of type I error probability from experimental Dixon's "Q" parameter on testing for outliers within small size data sets". *Talanta*, 69 , 1068-1071.
- Gnanadesikan, R. (1977). "*Methods for statistical data analysis of multivariate observations*". New York: Wiley.
- Grubbs, F. (1969). "Producers for detecting outlying observation in samples". *Technometrics*, 11 , 1-21.
- Grubbs, F. E. (1950). "Sample Criteria for Testing Outlying Observations". *Annals of Math. Statistics*, 21 , 27-58.
- Hadi, A. S. (1992). "Identifying multiple outliers in multivariate data". *J. R. Statist. Soc. B*, 54 , 761-771.
- Hawkins, D. M. (1980). "*Identification of outliers*". London: Chapman & Hall.
- Iglewicz, B., & Hoaglin, D. C. (1993). "*How to Detect and Handle Outliers*". Milwaukee: WI: American Society for Quality Control.
- Kanji, G. K. (1993). "*100 Statistical Tests*". London: SAGE Publication Ltd.
- Lewis, E. L. (1980). "The practical salinity scale 1978 and its antecedents". *IEEEJ. Oceanic Eng.*, 5 , 3-8.
- Lind, C. J. (1970). "Specific conductance as a means of estimating ionic strength". *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.* 700-D , D272 - D280.

- Lystrom, D. G., Rinella, R. A., & Know, W. D. (1978). "Definition of regional relationships between dissolved solids and specific conductance, Susquehanna River and New York". *U.S. Geol. Surv. J. Res.* 6 , 541-545.
- MacCarthy, B., & Thananya, W. (2002). "A review of non-standard applications of statistical process control (SPC) charts". *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 19 , 295-320.
- Massart, D. L., Vandeginste, B. G., Buydens, L. M., de Jong, S., Levi, P. J., & Smeyers-Verbeke, J. (1997). *"Handbook of Chemometrics and Qualimetrics"*. Amsterdam: Elsevier Science.
- Meier, P. C., & Zünd, R. E. (1993). *"Statistical Methods in Analytical Chemistry"*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Montgomery, D. C. (2005). *"Introduction to Statistical Quality Control"*, 5th edition. New York: Wiley & Sons.
- Otto, M. (1999). *"Chemometrics: Statistics and Computer Application in Analytical Chemistry"*. Weinheim; New York; Chichester; Brisbane; Singapore; Toronto: Wiley-VCH.
- Pereira, Z. L., & Requeijo, J. G. (2008). *"Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos"*. 1ª Edição, Lisboa: Prefácio.
- Pollack, M. (1954). "The use of electrical conductivity measurements for chlorinity determination". *J. Mar. Res.* 13 , 228-231.
- Quesenberry, C. P. (1997). *"SPC Methods for Quality Improvement"*. New York: John Wiley & Sons.
- Rosner, B. (1975). "On the detection of many outliers". *Technometrics*, 17 , 221-227.
- Rousseux, P., & Zomeren, B. (1990). "Unmasking multivariate outliers and leverage point". *Journal of the American Statistical Association*, 85 , 633-651.
- Smeti, E. M., Thanasoulas, N. C., Kousouris, L. P., & Tzoumerkas, P. C. (2007). "An approach for the application of statistical process control techniques for quality improvement of treated water". *Desalination* 213 , 273-281.
- Stefansky, W. (1972). "Rejecting Outliers in Factorial Design". *Technometrics*, 14 , 469-479.
- Tietjen, G., & Moore, R. (1972). "Some Grubbs-types statistics for detection of several outliers". *Technometrics*, 14 , 583-597.
- Wheeler, D. J. (1992). *"Short Run SPC"*. Knoxville, Tennessee: SPC Press.

## Anexos

### Anexo I - Dados Históricos das Captações

Tabela I. 1 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C1

Nº da Observação	Data da Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	03-01-2006	465
2	04-04-2006	457
3	04-07-2006	458
4	04-10-2006	465
5	03-01-2007	463
6	03-04-2007	460
7	03-07-2007	458
8	08-01-2008	462
9	08-04-2008	455
10	01-07-2008	464
11	30-09-2008	454
12	05-01-2009	467
13	07-04-2009	462
14	10-11-2009	495
15	13-01-2010	479
16	21-06-2010	493
17	07-07-2010	486
18	06-10-2010	470
19	12-01-2011	463
20	13-04-2011	462

Tabela I. 2 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C2

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	03-01-2006	454
2	03-04-2006	447
3	04-07-2006	449
4	04-10-2006	460
5	06-03-2007	450
6	05-06-2007	447
7	04-09-2007	454
8	27-11-2007	466
9	03-03-2008	447
10	03-06-2008	442
11	01-09-2008	439
12	25-11-2008	424
13	03-03-2009	391
14	02-06-2009	438
15	01-09-2009	432
16	24-11-2009	429
17	10-02-2010	398
18	12-05-2010	425
19	27-07-2010	423
20	03-11-2010	412
21	09-02-2011	421
22	11-05-2011	415

Tabela I. 3 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C3

Nº da Observação	Data da Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	03-01-2006	654
2	31-01-2006	660
3	09-02-2006	660
4	24-02-2006	646
5	03-03-2006	646
6	15-03-2006	656
7	31-03-2006	644
8	03-04-2006	644
9	07-04-2006	643
10	21-04-2006	643
11	05-05-2006	643
12	31-05-2006	642
13	04-07-2006	644
14	14-08-2006	641
15	04-10-2006	657
16	06-03-2007	647
17	05-06-2007	646
18	04-09-2007	650
19	03-03-2008	632
20	03-06-2008	636
21	01-09-2008	629
22	25-11-2008	621
23	03-03-2009	623
24	02-06-2009	628
25	01-09-2009	622
26	24-11-2009	630
27	10-02-2010	613
28	12-05-2010	614
29	27-07-2010	623
30	03-11-2010	622
31	09-02-2011	618
32	11-05-2011	621

Tabela I. 4 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C4

Nº da Observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	03-01-2006	420
2	03-04-2006	403
3	04-07-2006	409
4	04-10-2006	417
5	06-03-2007	422
6	05-06-2007	419
7	04-09-2007	426
8	27-11-2007	423
9	03-03-2008	405
10	03-06-2008	412
11	01-09-2008	418
12	25-11-2008	405
13	03-03-2009	404
14	02-06-2009	420
15	01-09-2009	426
16	24-11-2009	438
17	10-02-2010	436
18	12-05-2010	514
19	27-07-2010	449
20	03-11-2010	451
21	09-02-2011	463
22	11-05-2011	460



Tabela I. 5 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C5

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	03-01-2006	483
2	03-04-2006	489
3	04-07-2006	489
4	04-10-2006	501
5	06-03-2007	501
6	05-06-2007	504
7	04-09-2007	510
8	26-11-2007	508
9	03-03-2008	486
10	03-06-2008	500
11	01-09-2008	500
12	25-11-2008	473
13	03-03-2009	482
14	02-06-2009	505
15	01-09-2009	502
16	24-11-2009	511
17	10-02-2010	508
18	12-05-2010	446
19	27-07-2010	508
20	03-11-2010	496
21	09-02-2011	525
22	11-05-2011	522

Tabela I. 6 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C6

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	30-01-2006	392
2	09-05-2006	377
3	01-08-2006	383
4	31-10-2006	380
5	03-01-2007	408
6	03-04-2007	390
7	03-07-2007	389
8	02-10-2007	380
9	08-01-2008	368
10	08-04-2008	377
11	01-07-2008	384
12	30-09-2008	354
13	05-01-2009	363
14	07-04-2009	360
15	30-06-2009	368
16	29-09-2009	374
17	13-01-2010	371
18	14-04-2010	365
19	07-07-2010	363
20	06-10-2010	366
21	12-01-2011	382
22	13-04-2011	348

Tabela I. 7 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C7

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	03-01-2006	479
2	04-04-2006	458
3	04-07-2006	550
4	04-10-2006	560
5	03-01-2007	568
6	03-04-2007	563
7	03-07-2007	558
8	02-10-2007	555
9	08-01-2008	555
10	08-04-2008	545
11	01-07-2008	554
12	30-09-2008	543
13	05-01-2009	556
14	07-04-2009	535
15	30-06-2009	491
16	29-09-2009	549
17	13-01-2010	491
18	14-04-2010	467
19	07-07-2010	536
20	06-10-2010	535
21	12-01-2011	462
22	13-04-2011	539

Tabela I. 8 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C8

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	21-02-2006	642
2	04-04-2006	627
3	04-07-2006	642
4	04-10-2006	659
5	24-03-2007	623
6	03-04-2007	643
7	03-07-2007	652
8	02-10-2007	653
9	08-01-2008	666
10	08-04-2008	659
11	01-07-2008	670
12	30-09-2008	662
13	05-01-2009	696
14	07-04-2009	676
15	30-06-2009	679
16	29-09-2009	683
17	13-01-2010	684
18	14-04-2010	689
19	07-07-2010	686
20	06-10-2010	695
21	12-01-2011	700
22	13-04-2011	696

Tabela I. 9 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C9

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	03-01-2006	399
2	03-04-2006	391
3	04-07-2006	392
4	04-10-2006	399
5	03-01-2007	402
6	03-04-2007	401
7	03-07-2007	400
8	02-10-2007	397
9	08-01-2008	360
10	08-04-2008	394
11	01-07-2008	388
12	30-09-2008	359
13	05-01-2009	367
14	07-04-2009	398
15	30-06-2009	398
16	29-09-2009	399
17	13-01-2010	397
18	14-04-2010	397
19	07-07-2010	396
20	06-10-2010	405
21	12-01-2011	365
22	13-04-2011	340

Tabela I. 10 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C10

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	03-01-2006	322
2	04-04-2006	311
3	04-07-2006	319
4	04-10-2006	298
5	03-01-2007	289
6	03-04-2007	320
7	02-10-2007	321
8	15-05-2008	276
9	01-07-2008	317
10	30-09-2008	322
11	05-01-2009	332
12	07-04-2009	328
13	30-06-2009	328
14	29-09-2009	337
15	13-01-2010	329
16	14-04-2010	323
17	07-07-2010	332
18	06-10-2010	338
19	12-01-2011	333
20	13-04-2011	336

Tabela I. 11 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C11

Nº da Observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	30-01-2006	243
2	09-05-2006	229
3	01-08-2006	236
4	31-10-2006	236
5	03-01-2007	237
6	03-04-2007	262
7	03-07-2007	235
8	02-10-2007	233
9	08-01-2008	235
10	08-04-2008	238
11	01-07-2008	231
12	30-09-2008	232
13	05-01-2009	240
14	07-04-2009	233
15	30-06-2009	233
16	29-09-2009	234
17	13-01-2010	241
18	14-04-2010	234
19	07-07-2010	231
20	06-10-2010	235
21	12-01-2011	235
22	13-04-2011	235

Tabela I. 12 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C12

Nº da Observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	03-05-2006	240
2	09-05-2006	242
3	01-08-2006	256
4	31-10-2006	258
5	03-01-2007	264
6	03-04-2007	226
7	03-07-2007	260
8	02-10-2007	257
9	08-01-2008	259
10	08-04-2008	257
11	01-07-2008	258
12	30-09-2008	252
13	01-06-2009	260
14	30-06-2009	262
15	29-09-2009	257
16	13-01-2010	250
17	14-04-2010	255
18	07-07-2010	254
19	06-10-2010	253
20	12-01-2011	248
21	10-08-2011	255

Tabela I. 13 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C13

Nº da Observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	10-02-2010	1050
2	31-03-2011	1078
3	01-04-2011	1062
4	05-04-2011	1071
5	06-04-2011	1075
6	07-04-2011	1075
7	11-04-2011	1081
8	12-04-2011	1074
9	13-04-2011	1069
10	14-04-2011	1068
11	15-04-2011	1069
12	26-04-2011	1036
13	11-05-2011	1023



Tabela I. 14 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C14

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	30-01-2006	303
2	09-05-2006	327
3	01-08-2006	325
4	31-10-2006	328
5	06-03-2007	329
6	05-06-2007	329
7	04-09-2007	329
8	27-11-2007	329
9	03-03-2008	334
10	03-06-2008	329
11	02-09-2008	327
12	03-03-2009	338
13	02-06-2009	335
14	01-09-2009	338
15	24-11-2009	349
16	10-02-2010	356
17	12-05-2010	368
18	27-07-2010	372
19	03-11-2010	381
20	09-02-2011	392
21	11-05-2011	403

Tabela I. 15 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C15

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	05-05-2008	493
2	28-07-2008	495
3	28-10-2008	498
4	03-02-2009	505
5	05-05-2009	496
6	28-07-2009	494
7	27-10-2009	480
8	11-03-2010	503
9	09-06-2010	496
10	08-09-2010	485
11	15-12-2010	499
12	09-03-2011	483
13	08-06-2011	491

Tabela I. 16 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C16

Nº da Observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	30-01-2006	567
2	09-02-2006	561
3	24-02-2006	540
4	03-03-2006	547
5	09-03-2006	545
6	15-03-2006	546
7	31-03-2006	545
8	07-04-2006	530
9	21-04-2006	539
10	05-05-2006	543
11	09-05-2006	541
12	31-05-2006	542
13	01-08-2006	547
14	14-08-2006	544
15	31-10-2006	543
16	06-03-2007	558
17	05-06-2007	554
18	04-09-2007	557
19	27-11-2007	545
20	03-03-2008	536
21	03-06-2008	537
22	02-09-2008	534
23	25-11-2008	532
24	03-03-2009	535
25	02-06-2009	550
26	01-09-2009	543
27	24-11-2009	551
28	10-02-2010	546
29	12-05-2010	550
30	27-07-2010	546
31	03-11-2010	539
32	09-02-2011	534
33	11-05-2011	544

Tabela I. 17 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C17

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	31-01-2006	654
2	09-05-2006	628
3	01-08-2006	621
4	31-10-2006	620
5	06-03-2007	614
6	05-06-2007	610
7	04-09-2007	770
8	26-11-2007	599
9	03-03-2008	591
10	03-06-2008	590
11	01-09-2008	576
12	25-11-2008	573
13	03-03-2009	586
14	02-06-2009	579
15	01-09-2009	568
16	24-11-2009	575
17	10-02-2010	575
18	12-05-2010	571
19	23-11-2010	585
20	17-05-2011	550

Tabela I. 18 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C19

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	20-10-2006	477
2	16-03-2009	503
3	20-03-2009	503
4	08-09-2010	673
5	15-12-2010	599
6	09-03-2011	930
7	15-03-2011	920
8	16-03-2011	856
9	16-03-2011	831
10	17-03-2011	804
11	17-03-2011	808
12	18-03-2011	813
13	18-03-2011	819
14	19-03-2011	643
15	21-03-2011	662
16	22-03-2011	661
17	22-03-2011	661
18	23-03-2011	664
19	28-03-2011	681
20	29-03-2011	693
21	30-03-2011	716
22	31-03-2011	713
23	01-04-2011	726
24	04-04-2011	745
25	05-04-2011	757
26	06-04-2011	702
27	07-04-2011	735
28	08-04-2011	753
29	11-04-2011	784
30	12-04-2011	800
31	13-04-2011	820
32	14-04-2011	906
33	15-04-2011	956

Tabela I. 19 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C20

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	07-03-2006	487
2	30-01-2007	529
3	08-05-2007	516
4	31-07-2007	522
5	30-10-2007	524
6	06-02-2008	528
7	05-05-2008	479
8	28-07-2008	534
9	28-10-2008	545
10	03-02-2009	553
11	05-05-2009	549
12	28-07-2009	545
13	27-10-2009	551
14	10-03-2010	548
15	10-05-2010	547
16	05-07-2010	499
17	06-07-2010	490
18	08-09-2010	536
19	16-03-2011	523
20	08-06-2011	536
21	14-07-2011	495

Tabela I. 20 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C21

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	07-03-2006	370
2	06-06-2006	371
3	05-09-2006	372
4	28-11-2006	372
5	03-01-2007	377
6	03-04-2007	323
7	03-07-2007	371
8	02-10-2007	368
9	08-01-2008	372
10	08-04-2008	369
11	01-07-2008	378
12	30-09-2008	368
13	05-01-2009	375
14	07-04-2009	369
15	30-06-2009	368
16	29-09-2009	369
17	13-01-2010	366
18	07-06-2010	411
19	07-07-2010	369
20	06-10-2010	372
21	12-01-2011	371
22	13-04-2011	371

Tabela I. 21 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C22

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	07-03-2006	301
2	06-06-2006	317
3	05-09-2006	319
4	28-11-2006	365
5	03-01-2007	321
6	03-04-2007	375
7	03-07-2007	322
8	02-10-2007	314
9	08-01-2008	320
10	08-04-2008	300
11	01-07-2008	321
12	30-09-2008	317
13	05-01-2009	330
14	07-04-2009	320
15	30-06-2009	314
16	29-09-2009	326
17	13-01-2010	344
18	14-04-2010	322
19	07-07-2010	330
20	06-10-2010	476
21	12-01-2011	338
22	13-04-2011	331

Tabela I. 22 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C23

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	13-01-2006	523
2	16-01-2006	521
3	18-01-2006	532
4	23-01-2006	484
5	07-03-2006	483
6	21-08-2006	472
7	05-09-2006	513
8	28-11-2006	517
9	30-01-2007	515
10	08-05-2007	517
11	31-07-2007	532
12	30-10-2007	539
13	03-06-2008	464
14	28-07-2008	558
15	28-10-2008	562
16	03-02-2009	574
17	05-05-2009	582
18	28-07-2009	624
19	27-10-2009	680
20	11-03-2010	784
21	09-06-2010	885
22	15-06-2010	901
23	12-07-2011	505

Tabela I. 23 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C24

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	23-02-2011	844
2	02-03-2011	846
3	09-03-2011	843
4	16-03-2011	842
5	24-03-2011	852
6	29-03-2011	850
7	05-04-2011	849
8	13-06-2011	849



Tabela I. 24 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C25

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	07-03-2006	384
2	06-06-2006	379
3	05-09-2006	382
4	28-11-2006	330
5	06-03-2007	380
6	05-06-2007	382
7	04-09-2007	381
8	27-11-2007	381
9	03-03-2008	320
10	03-06-2008	379
11	02-09-2008	375
12	25-11-2008	373
13	03-03-2009	331
14	02-06-2009	376
15	01-09-2009	369
16	24-11-2009	338
17	10-02-2010	370
18	12-05-2010	376
19	27-07-2010	374
20	03-11-2010	361
21	09-02-2011	361
22	11-05-2011	379

Tabela I. 25 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C26

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	01-08-2006	449
2	30-01-2007	456
3	08-05-2007	453
4	31-07-2007	456
5	30-10-2007	457
6	06-02-2008	457
7	05-05-2008	457
8	28-07-2008	461
9	28-10-2008	458
10	03-02-2009	464
11	05-05-2009	447
12	28-07-2009	462
13	27-10-2009	460
14	10-03-2010	465
15	09-06-2010	465
16	08-09-2010	462
17	15-12-2010	455
18	09-03-2011	462
19	08-06-2011	464

Tabela I. 26 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C27

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data de Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	07-03-2006	231
2	06-06-2006	254
3	05-09-2006	256
4	28-11-2006	232
5	06-03-2007	255
6	05-06-2007	255
7	04-09-2007	257
8	27-11-2007	245
9	03-03-2008	251
10	03-06-2008	256
11	02-09-2008	253
12	25-11-2008	251
13	03-03-2009	241
14	02-06-2009	254
15	01-09-2009	234
16	24-11-2009	256
17	10-02-2010	237
18	12-05-2010	255
19	27-07-2010	236
20	03-11-2010	233
21	09-02-2011	256

Tabela I. 27 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C29

Nº da Observação	Data da Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	14-03-2007	397
2	08-05-2007	417
3	31-07-2007	433
4	30-10-2007	413
5	06-02-2008	445
6	05-05-2008	446
7	28-07-2008	441
8	28-10-2008	394
9	03-02-2009	449
10	05-05-2009	436
11	28-07-2009	419
12	27-10-2009	404
13	11-03-2010	430
14	09-06-2010	428
15	08-09-2010	414
16	15-12-2010	433
17	20-04-2011	398
18	26-04-2011	402
19	08-06-2011	420

Tabela I. 28 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C30

Nº da Observação	Data de Colheita	Resultado ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ a 20°C)
1	07-01-2011	600
2	10-01-2011	601
3	11-01-2011	604
4	13-01-2011	600
5	17-01-2011	602
6	24-01-2011	603
7	27-01-2011	603
8	31-01-2011	606
9	04-02-2011	601
10	09-02-2011	608
11	16-02-2011	604
12	23-02-2011	609
13	26-04-2011	623
14	08-06-2011	624

Tabela I. 29 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C31

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	05-06-2008	465
2	28-07-2009	462
3	01-06-2010	428
4	02-06-2010	428
5	08-06-2010	430
6	09-06-2010	428
7	18-06-2010	429
8	09-07-2010	430
9	20-08-2010	444
10	08-09-2010	448
11	03-11-2010	468
12	28-03-2011	433
13	31-03-2011	430
14	05-04-2011	430
15	08-06-2011	491

Tabela I. 30 - Datas de colheita e resultados da condutividade da captação C32

<b>Nº da Observação</b>	<b>Data da Colheita</b>	<b>Resultado (<math>\mu\text{S}/\text{cm}</math> a 20°C)</b>
1	05-09-2008	474
2	11-05-2009	413
3	01-09-2009	467
4	24-11-2009	493
5	10-02-2010	499
6	12-05-2010	497
7	27-07-2010	492
8	03-11-2010	492
9	11-05-2011	503

## Anexo II – Representações gráficas dos valores das condutividades das captações

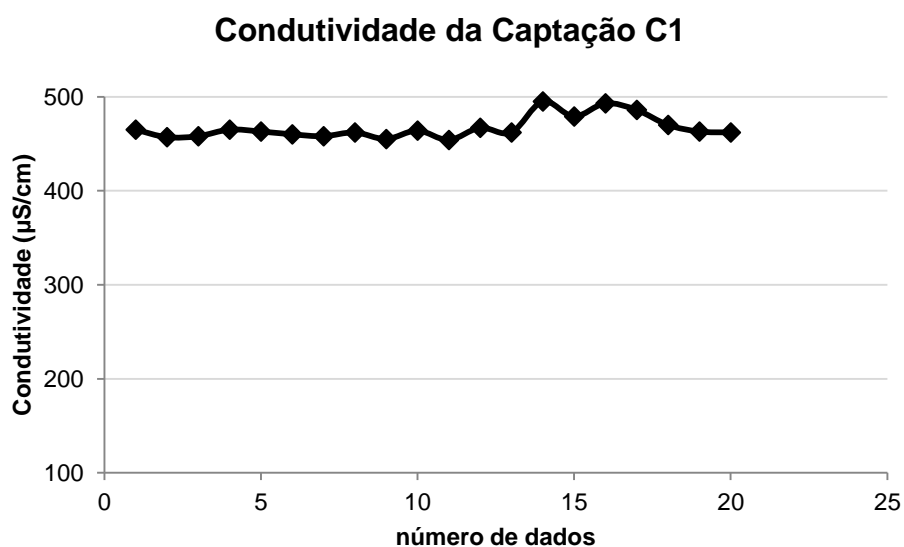


Figura II. 1 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C1

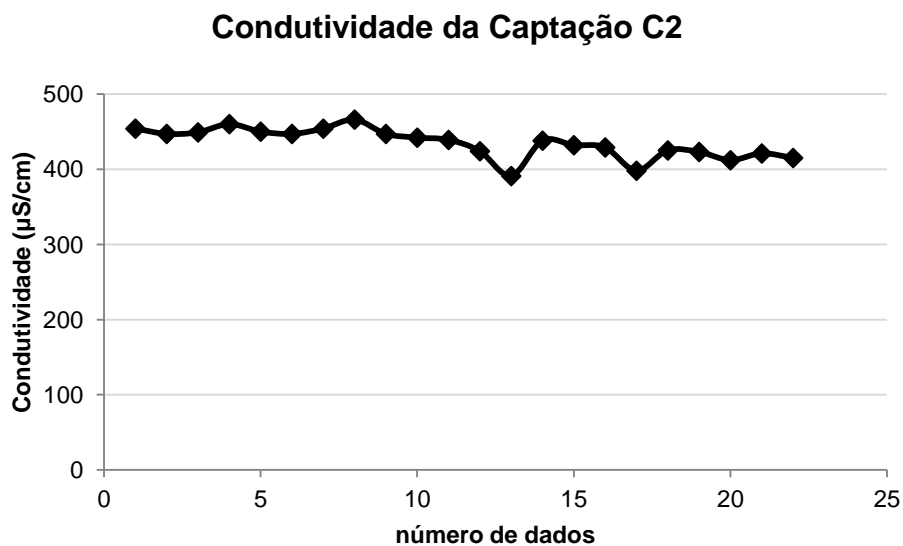


Figura II. 2 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C2

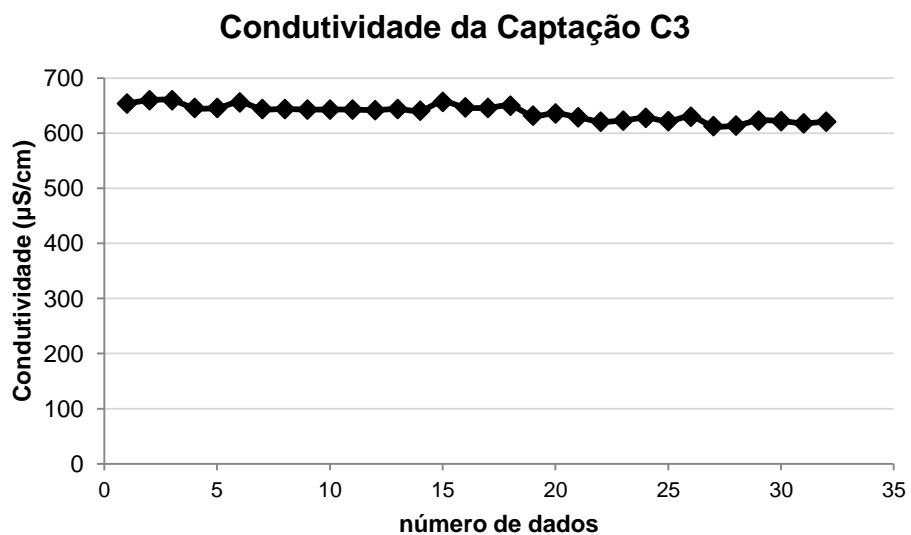


Figura II. 3 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C3

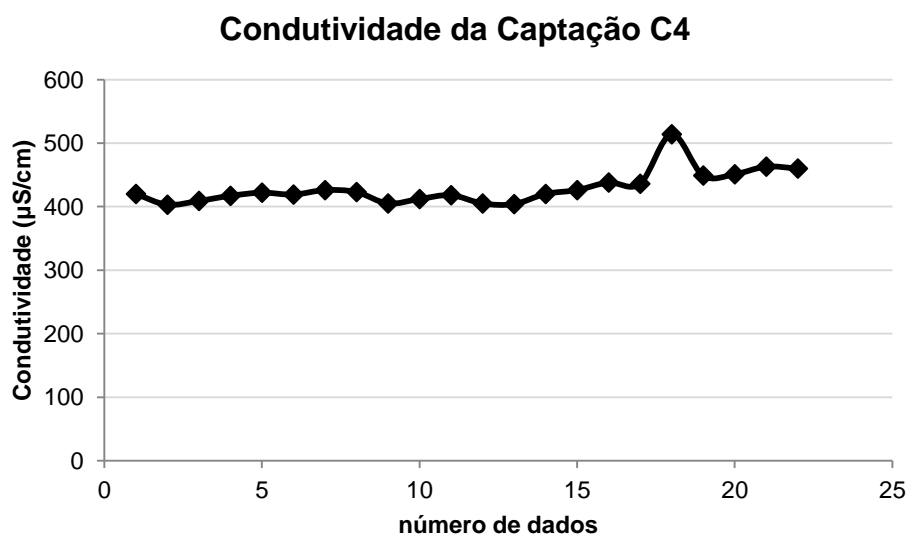


Figura II. 4 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C4

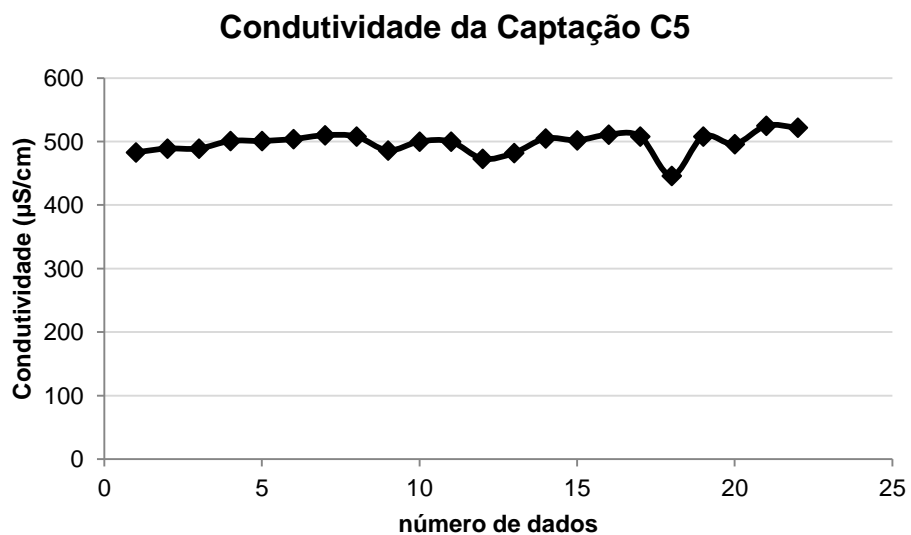


Figura II. 5 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C5

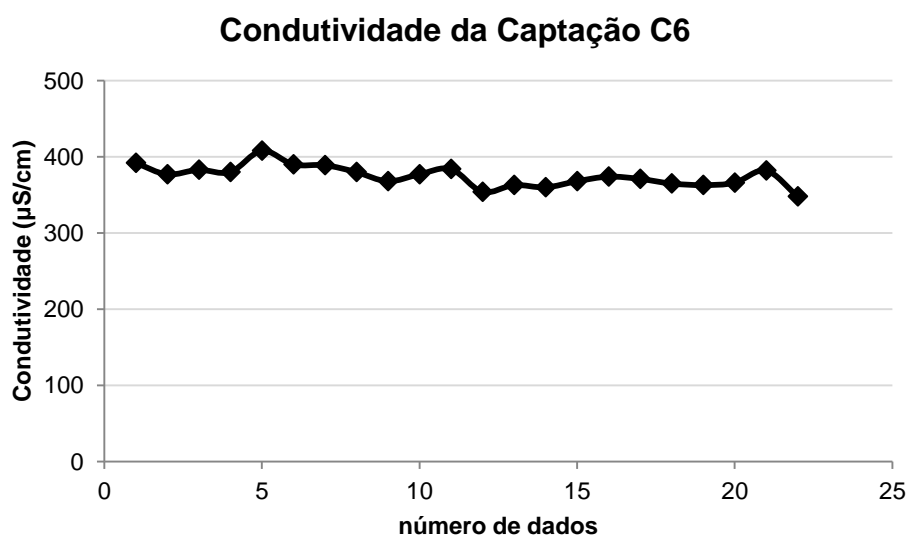


Figura II. 6 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C6



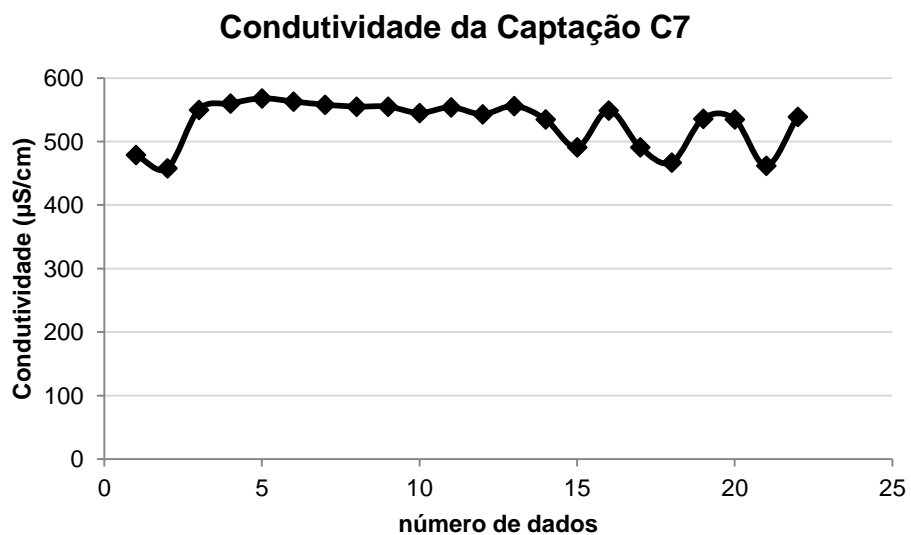


Figura II. 7 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C7

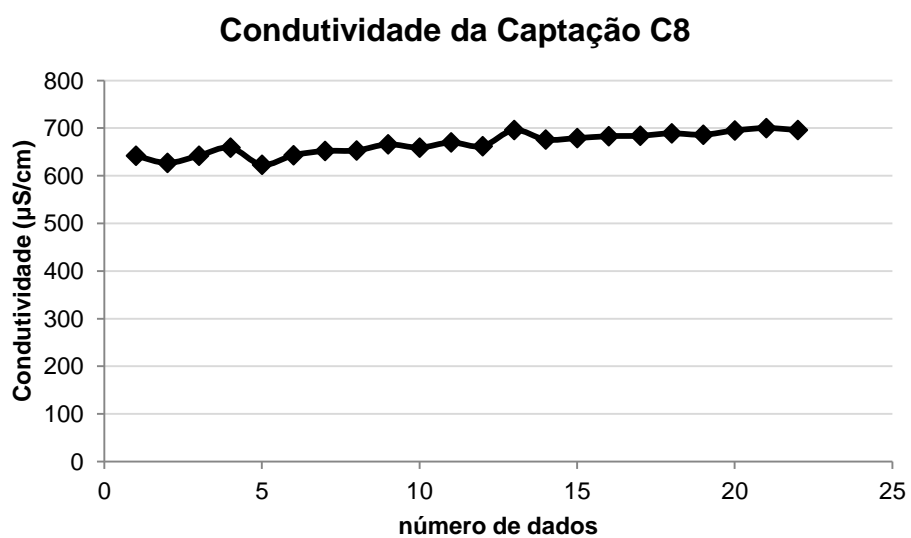


Figura II. 8 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C8

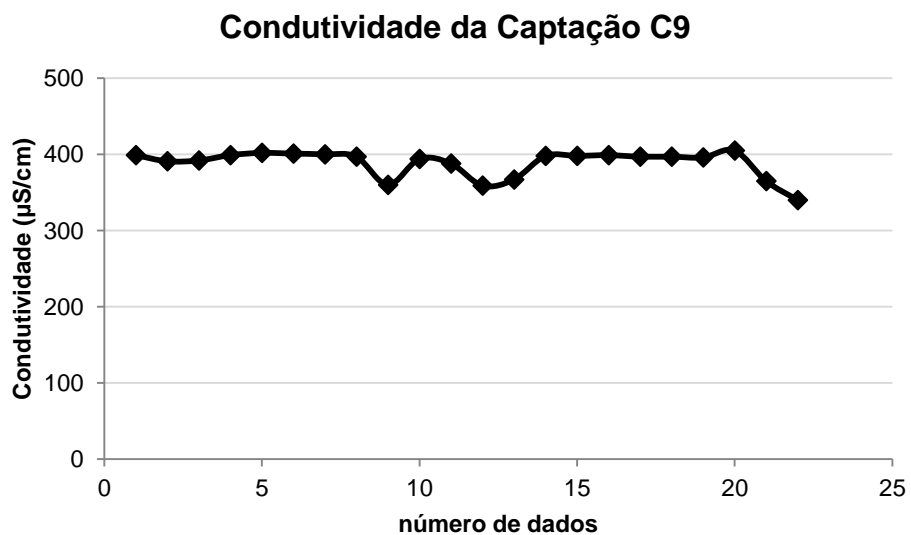


Figura II. 9 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C9

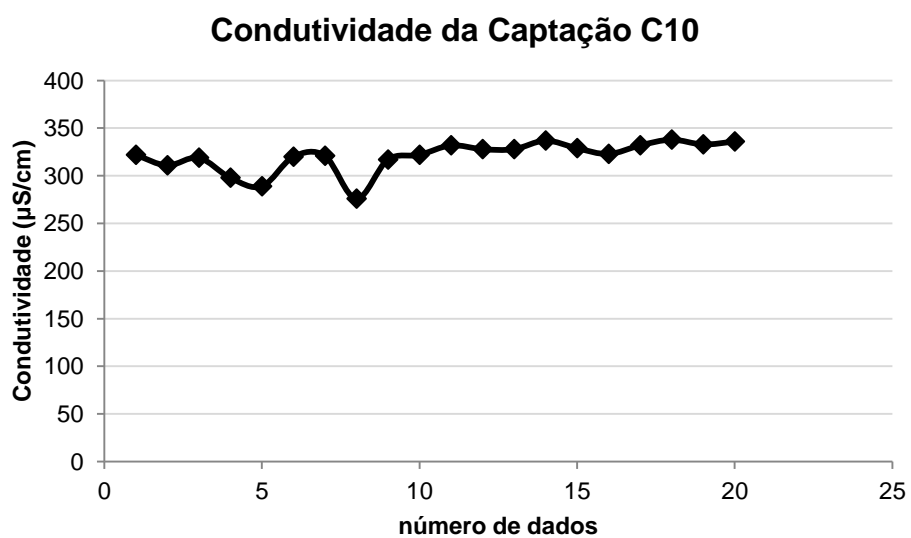


Figura II. 10 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C10

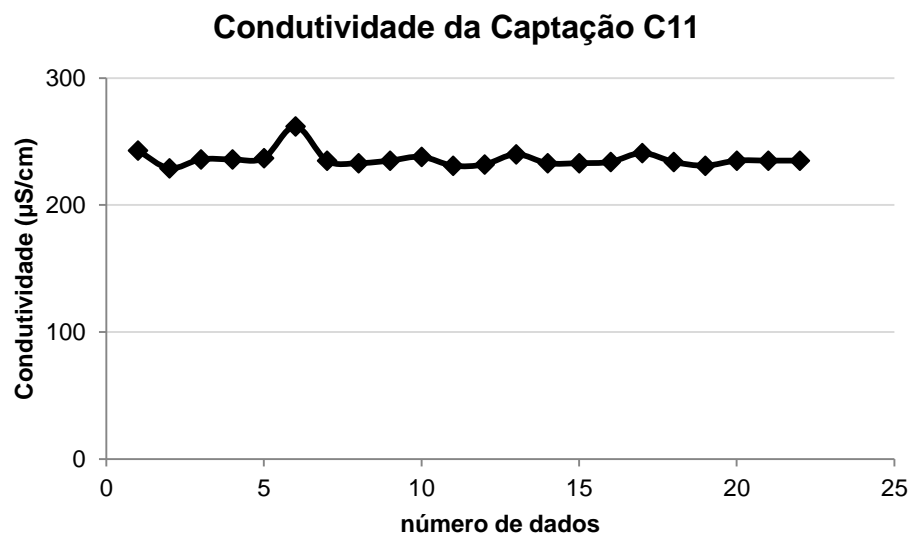


Figura II. 11 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C11

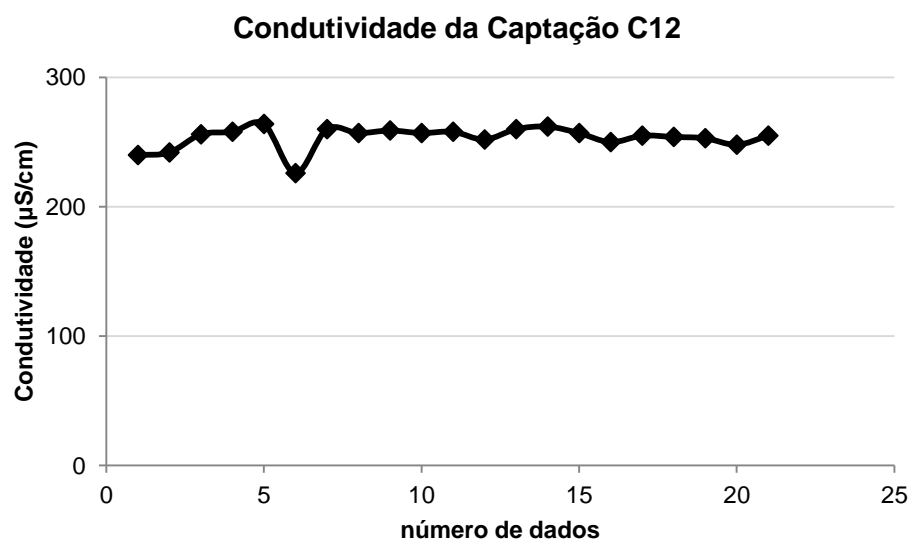


Figura II. 12 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C12

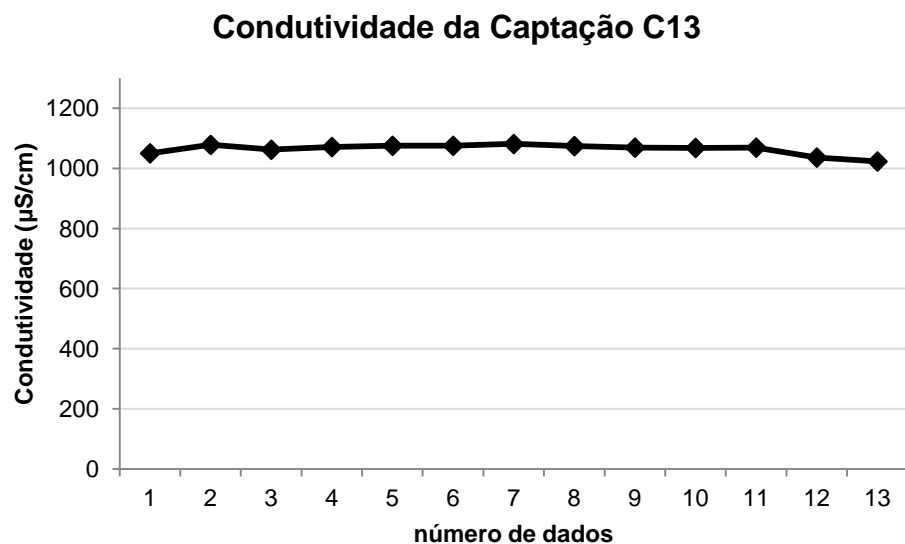


Figura II. 13 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C13

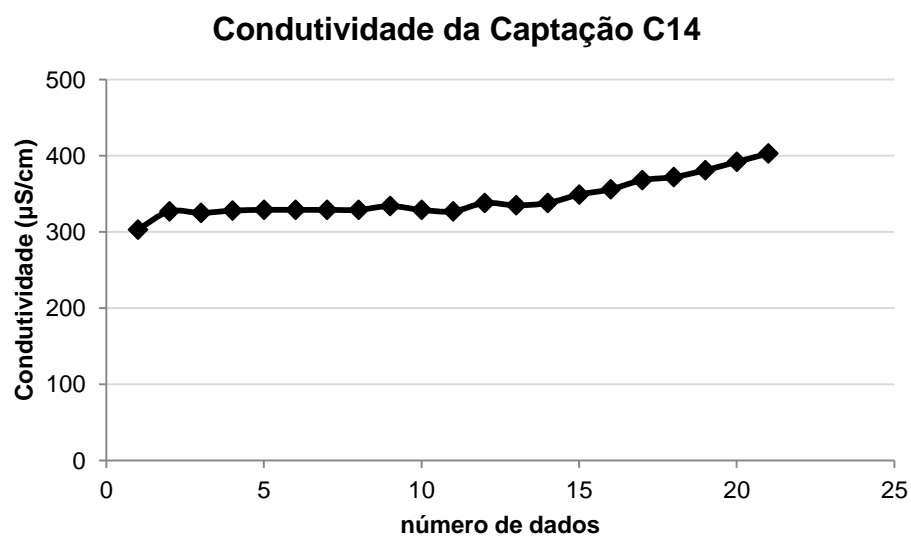


Figura II. 14 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C14

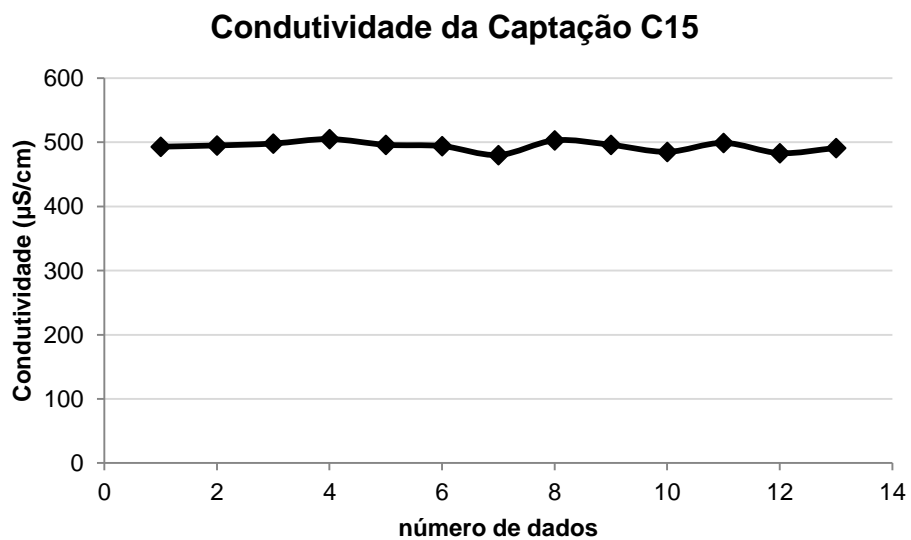


Figura II. 15 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C15

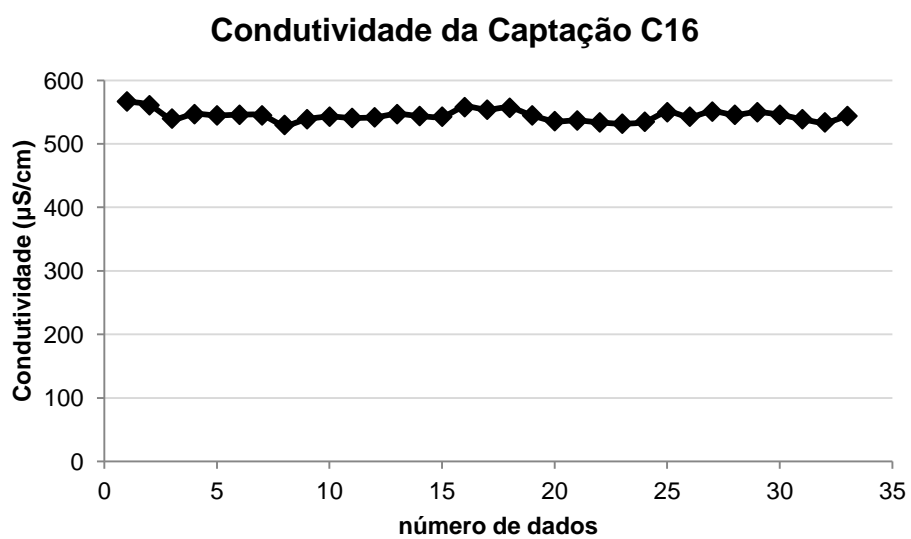


Figura II. 16 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C16

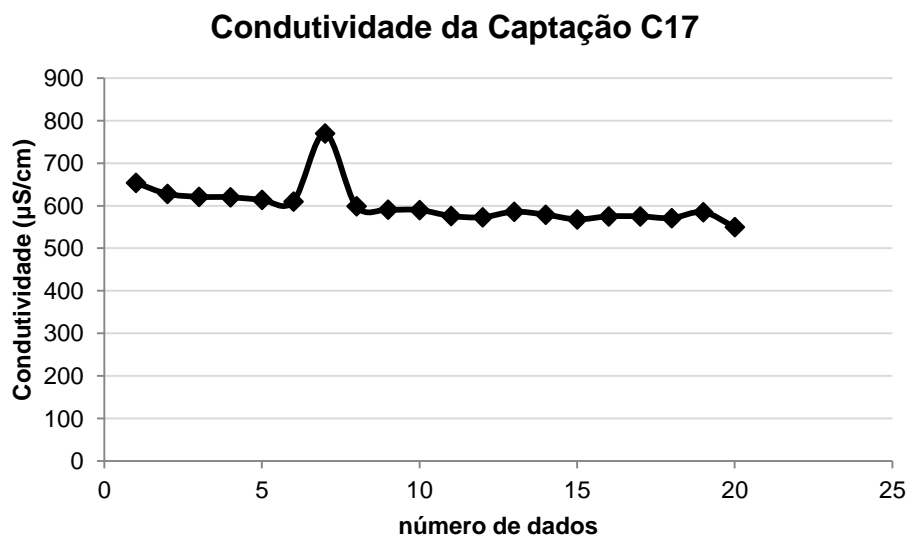


Figura II. 17 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C17

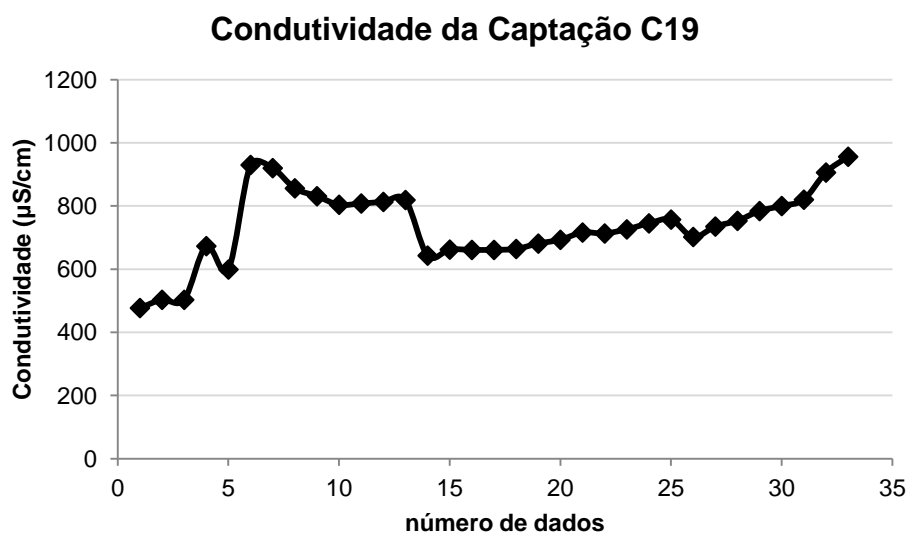


Figura II. 18 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C19

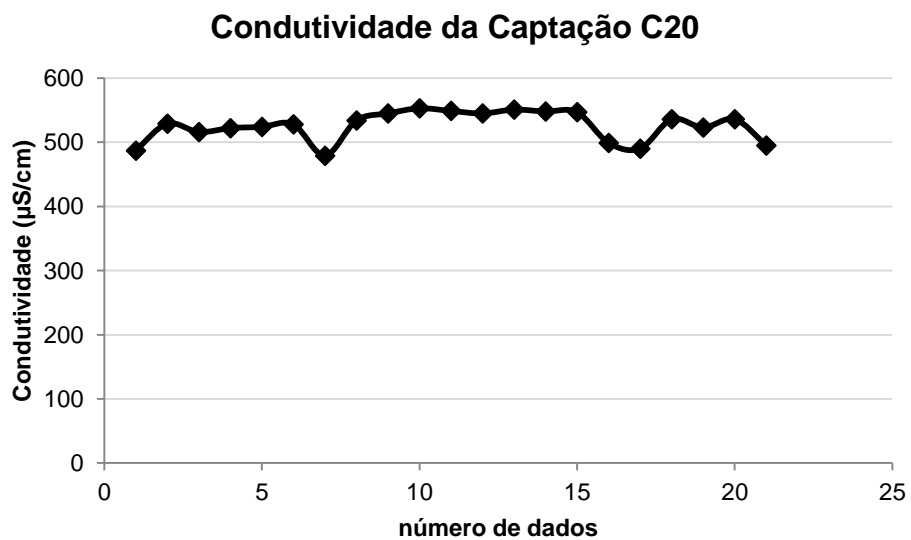


Figura II. 19 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C20

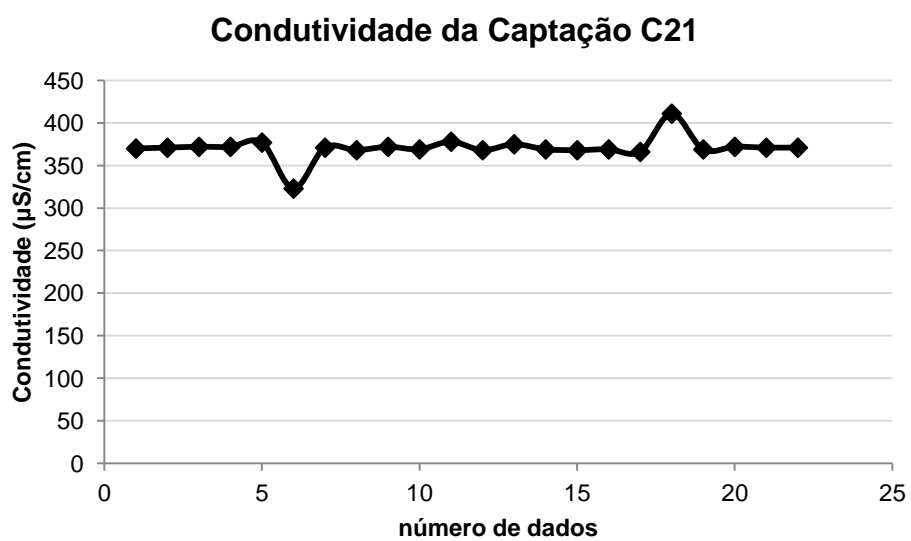


Figura II. 20 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C21

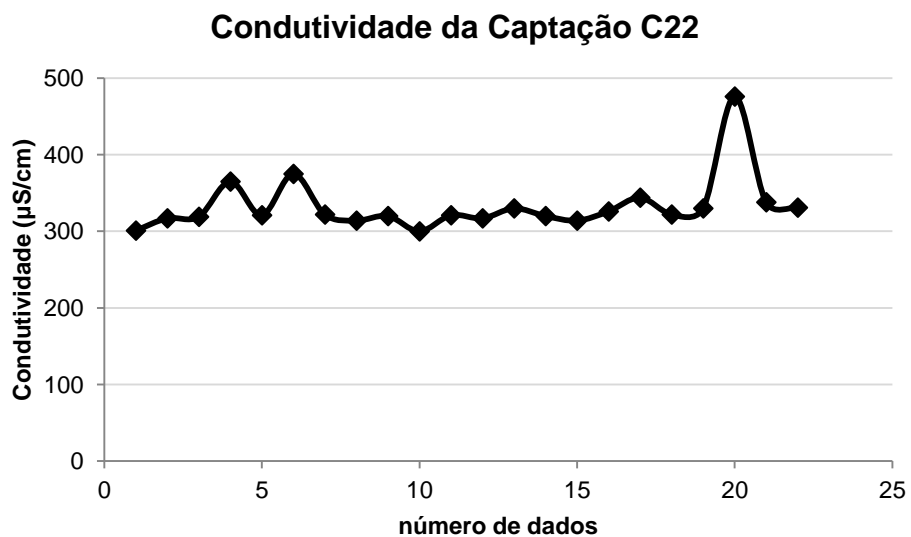


Figura II. 21 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C22

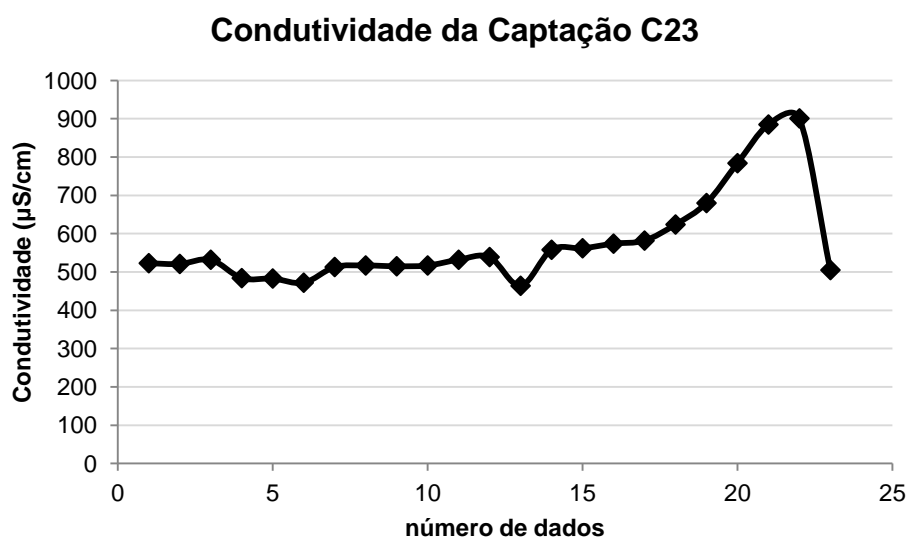


Figura II. 22 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C23



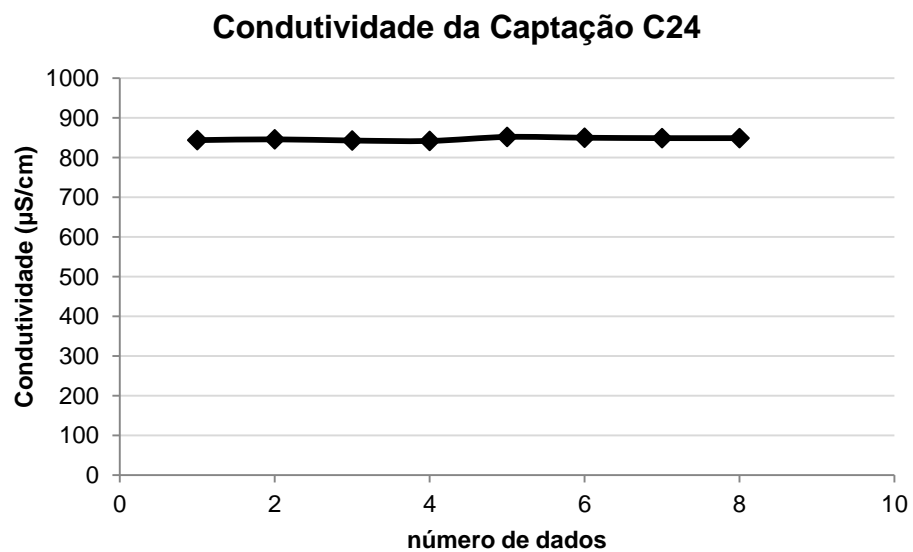


Figura II. 23 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C24

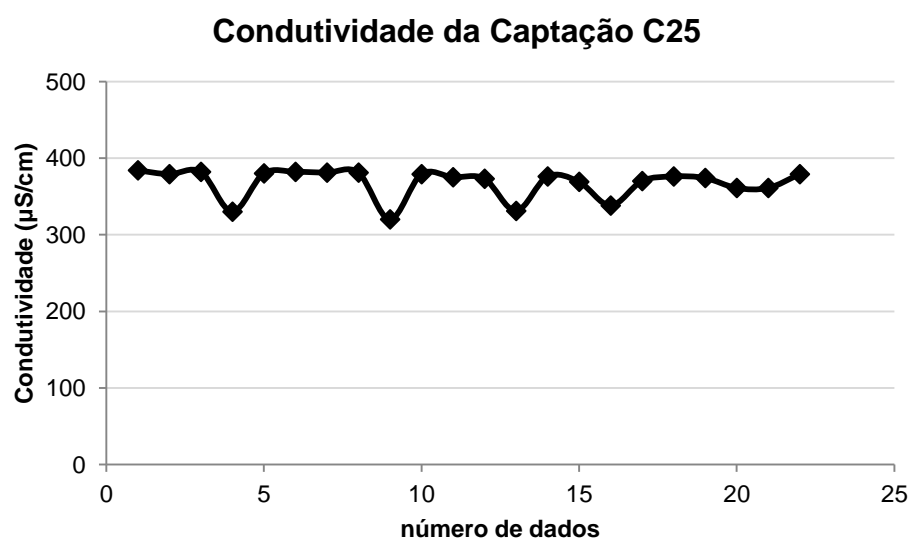


Figura II. 24 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C25

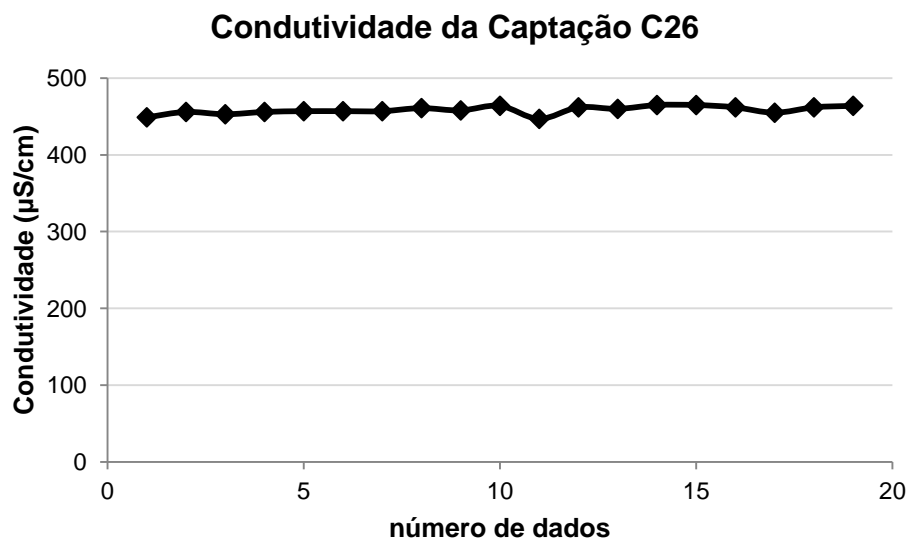


Figura II. 25 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C26

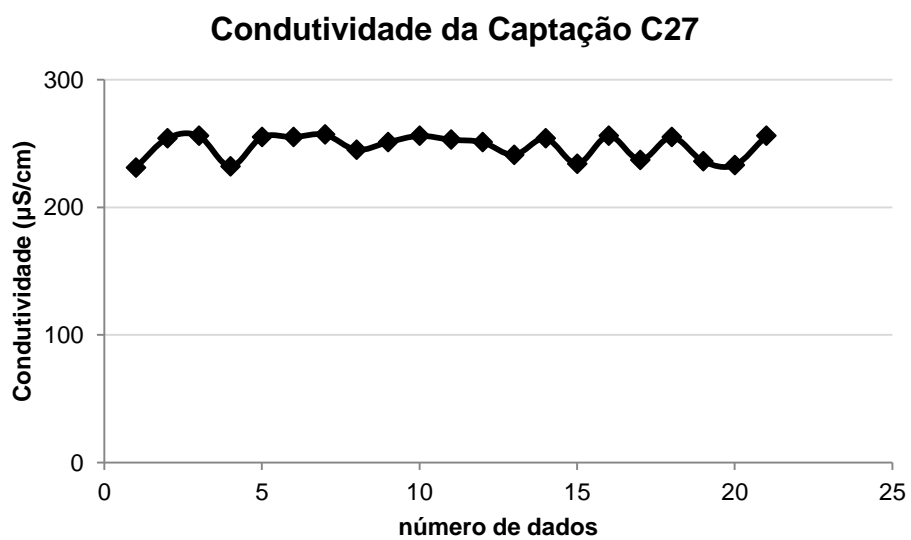


Figura II. 26 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C27

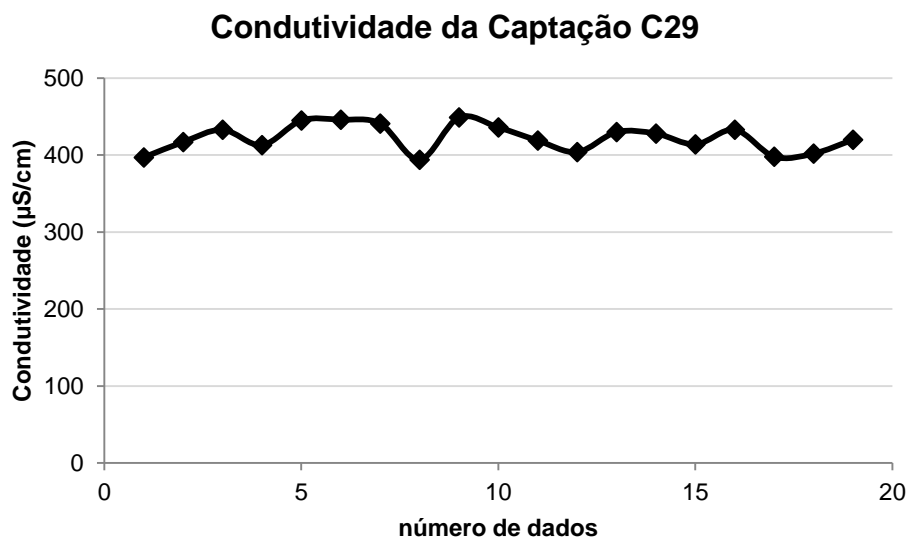


Figura II. 27 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C29

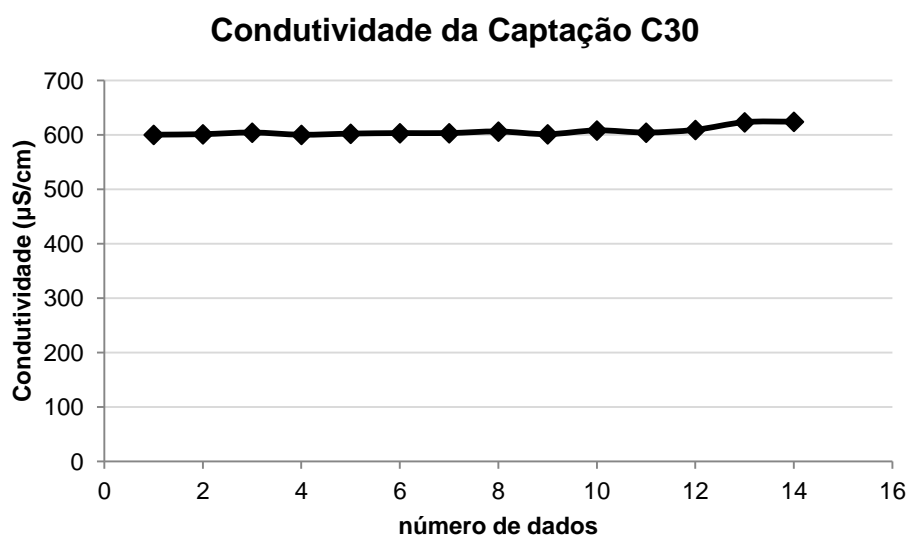


Figura II. 28 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C30

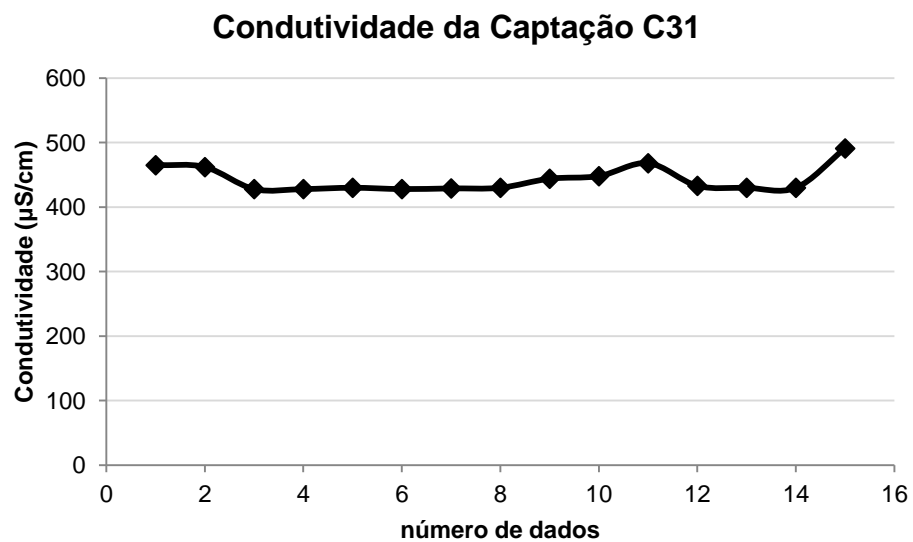


Figura II. 29 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C31

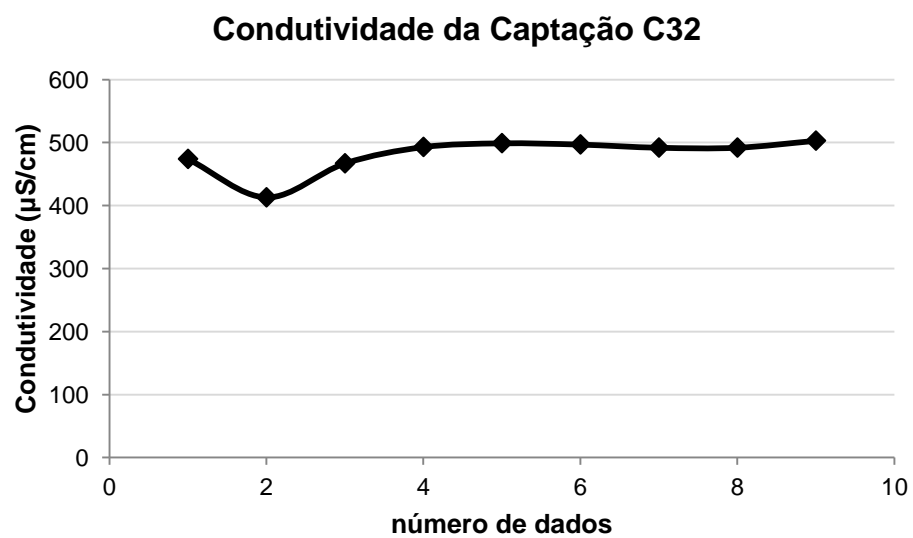


Figura II. 30 - Representação gráfica dos valores da condutividade da captação C32

Anexo III - Cartas de Controlo Q

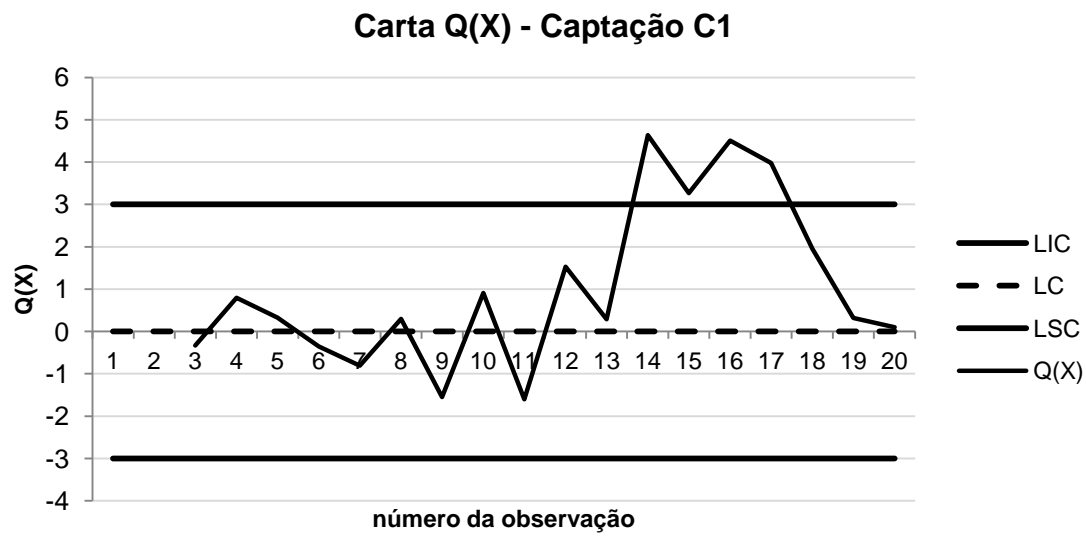


Figura III. 1 - Carta  $Q(X)$  da captação C1

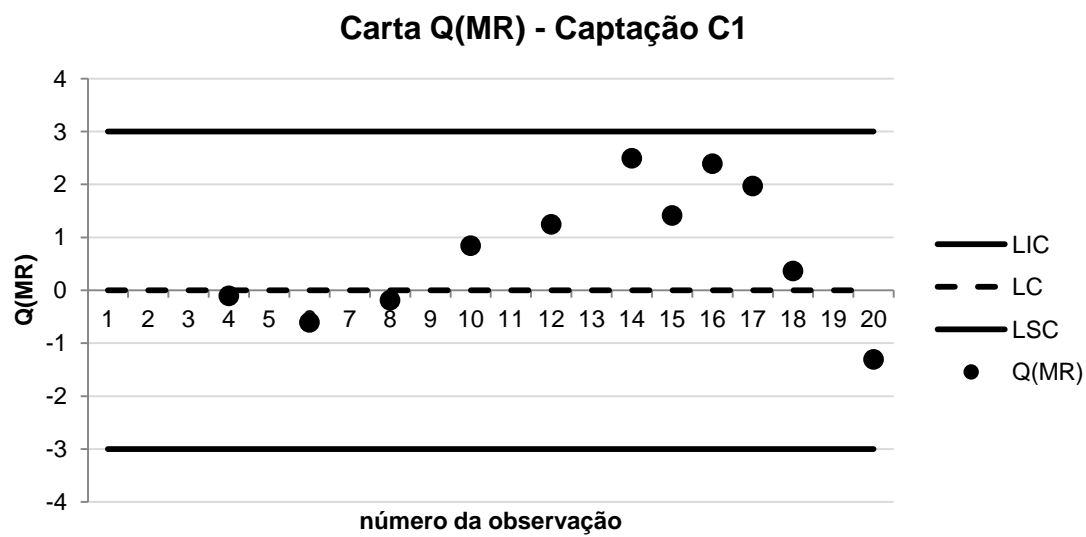


Figura III. 2 - Carta  $Q(MR)$  da captação C1

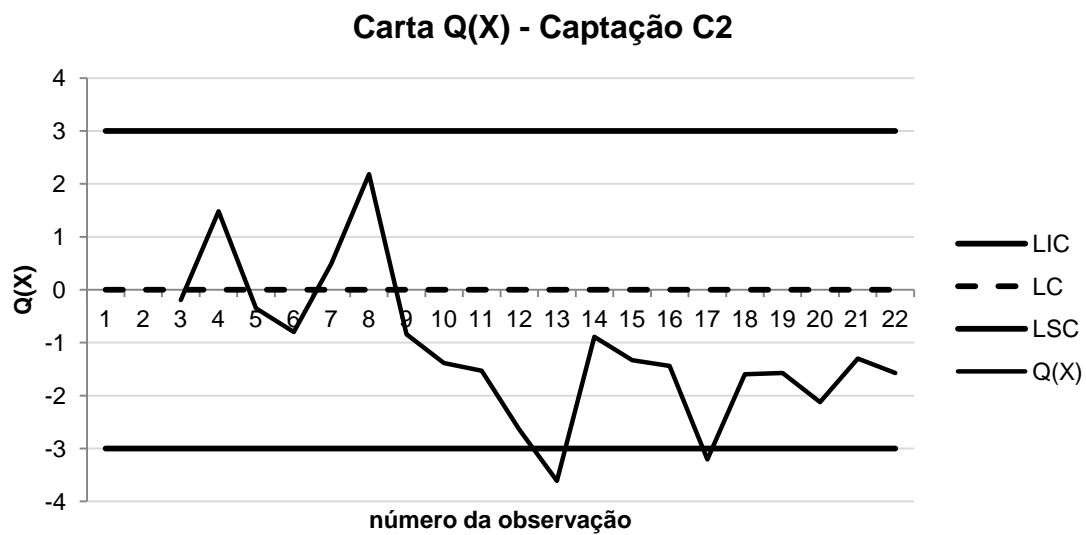


Figura III. 3 - Carta  $Q(X)$  da captação C2

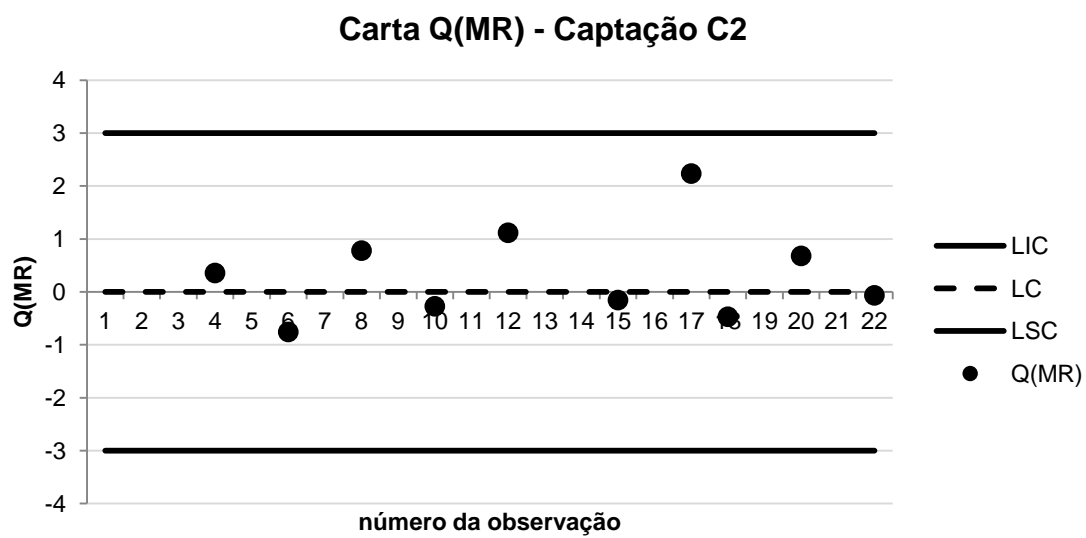


Figura III. 4 - Carta  $Q(MR)$  da captação C2

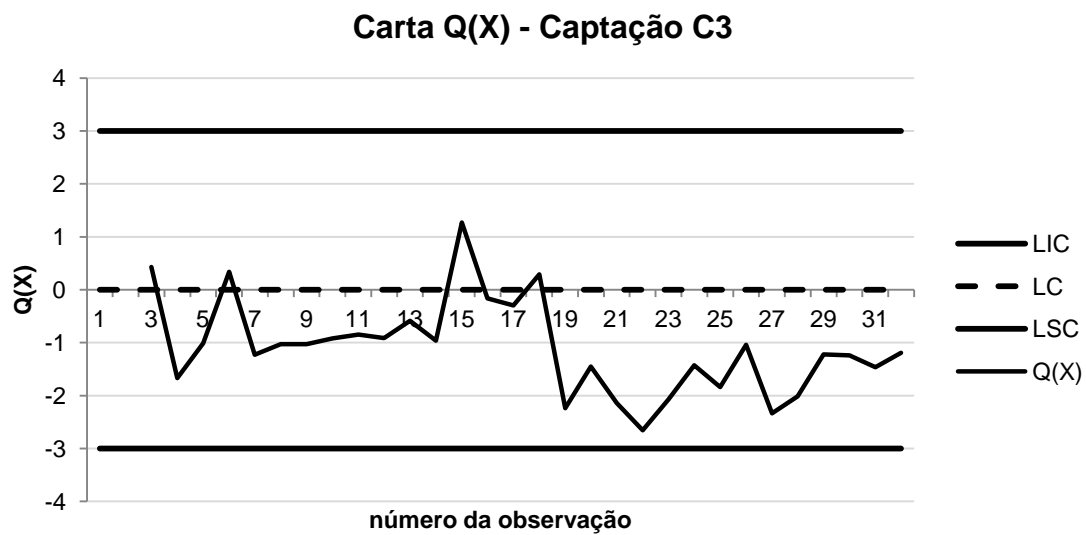


Figura III. 5 - Carta  $Q(X)$  da captação C3

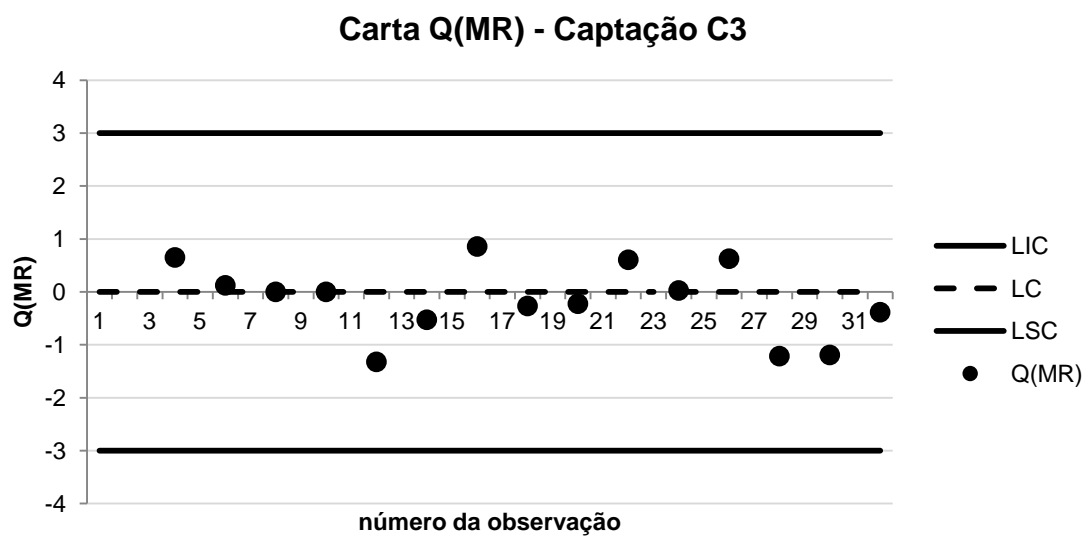


Figura III. 6 - Carta  $Q(MR)$  da captação C3

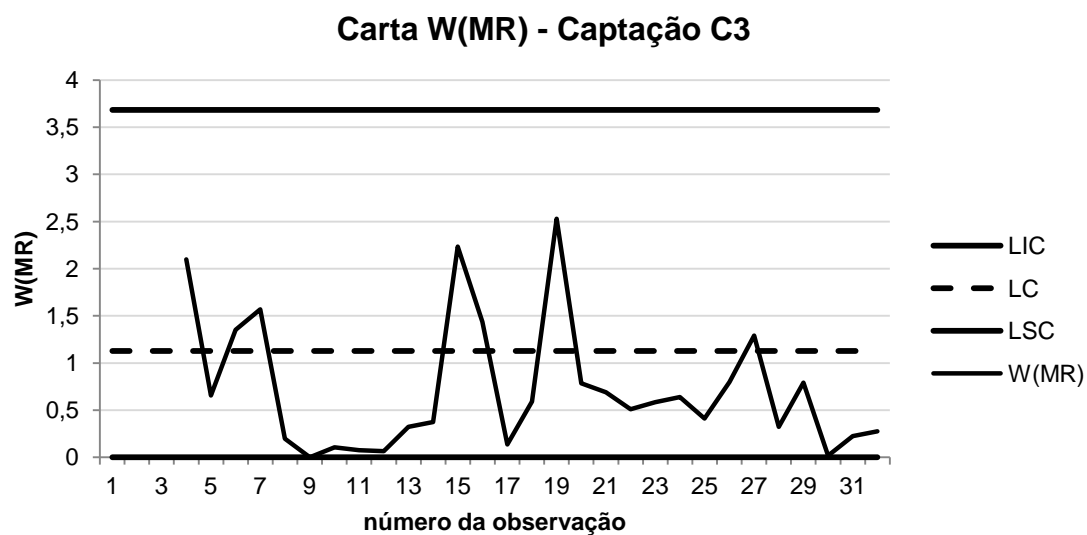


Figura III. 7 - Carta  $W(MR)$  da captação C3

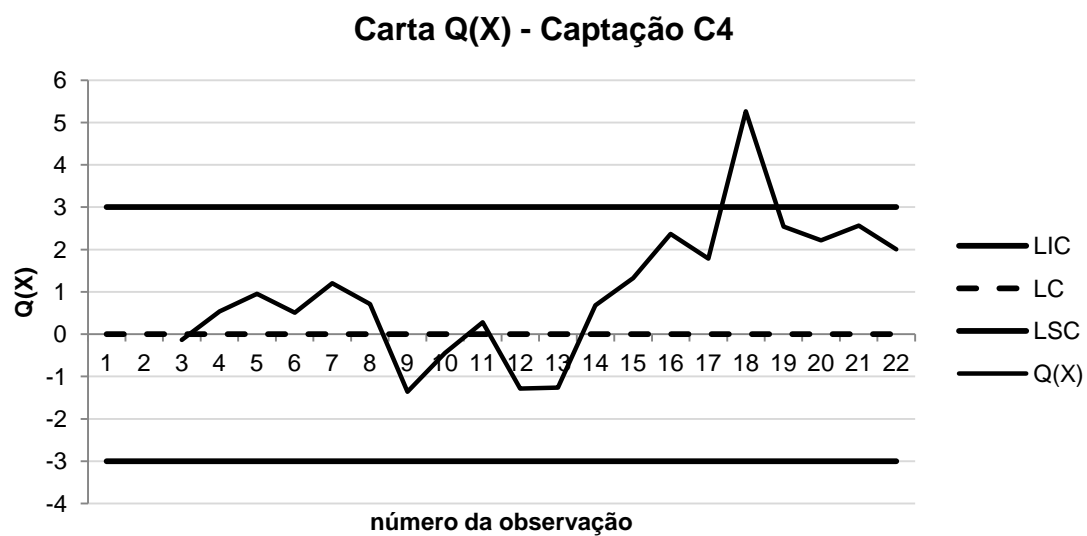


Figura III. 8 - Carta  $Q(X)$  da captação C4



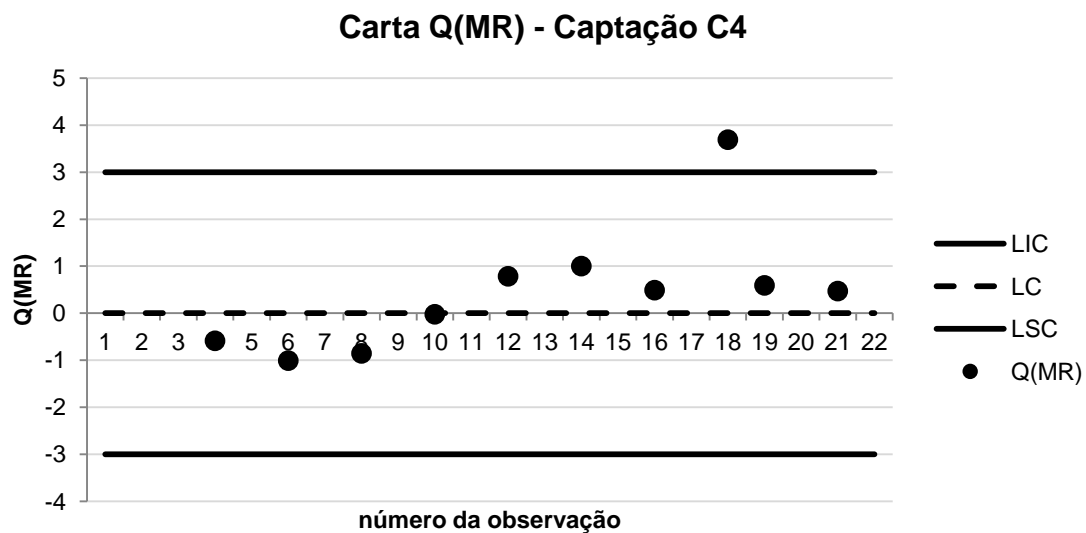


Figura III. 9 - Carta  $Q(MR)$  da captação C4

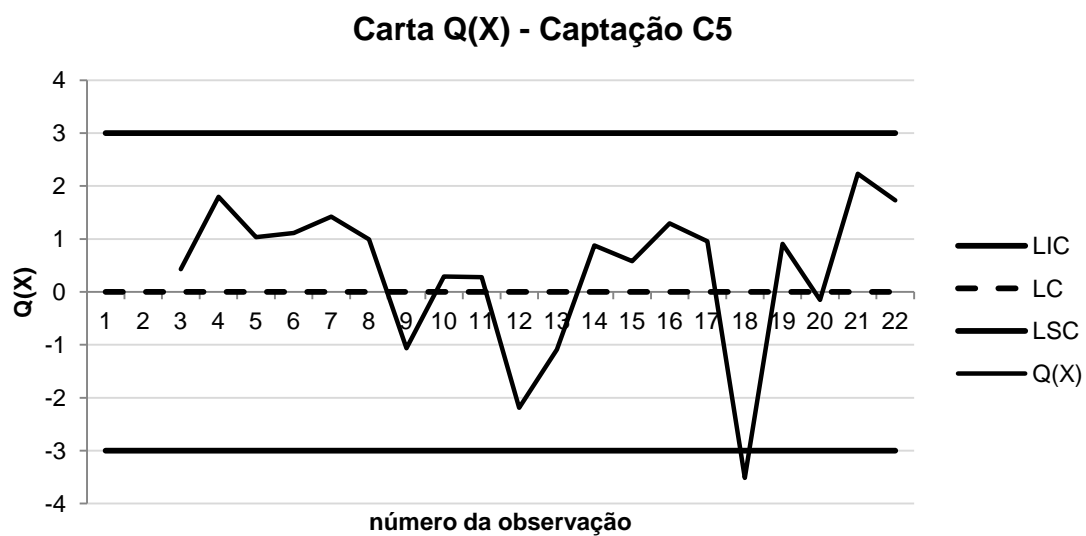


Figura III. 10 - Carta  $Q(X)$  da captação C5

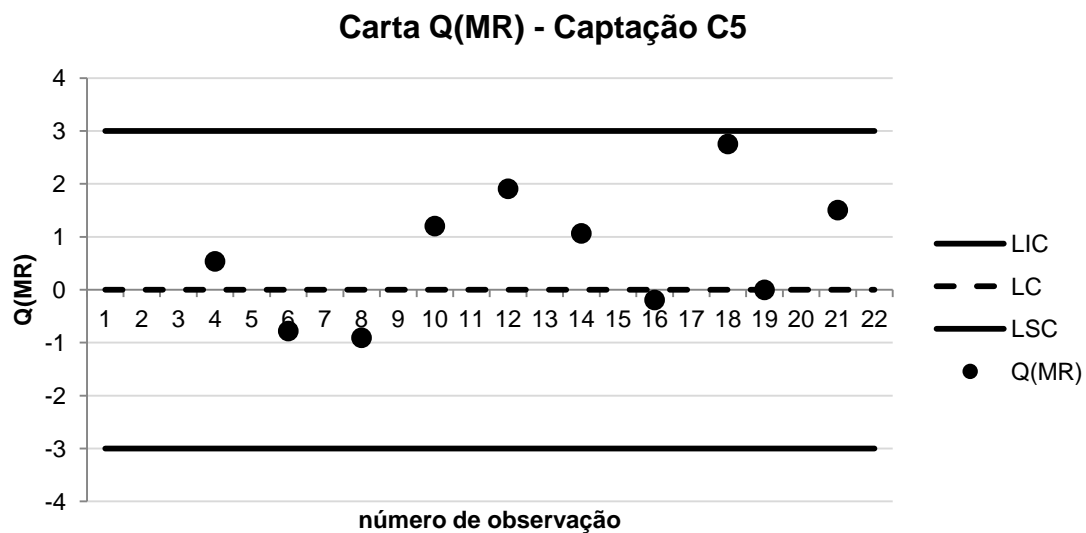


Figura III. 11 - Carta  $Q(MR)$  da captação C5

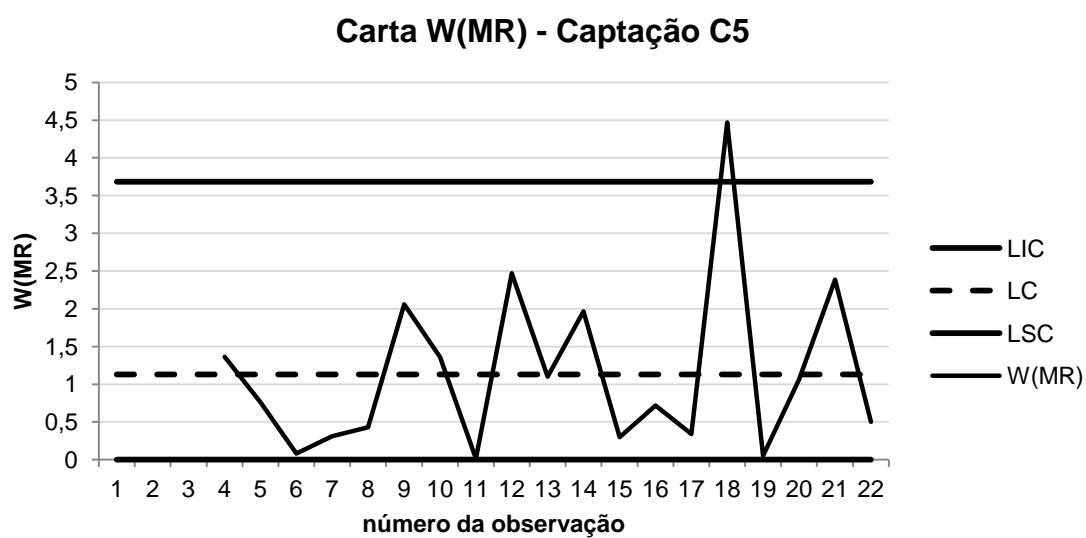


Figura III. 12 - Carta  $W(MR)$  da captação C5

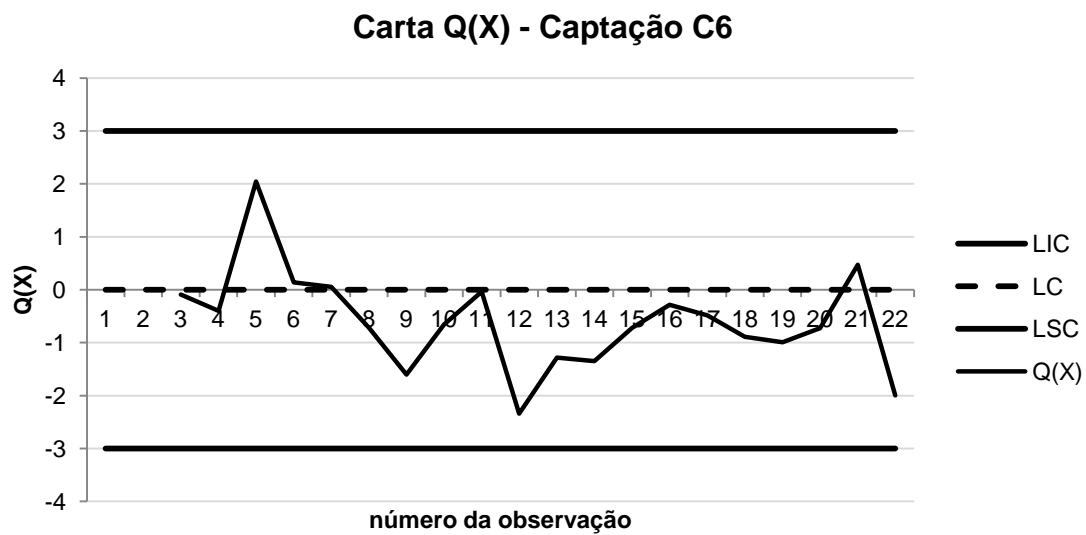


Figura III. 13 - Carta  $Q(X)$  da captação C6

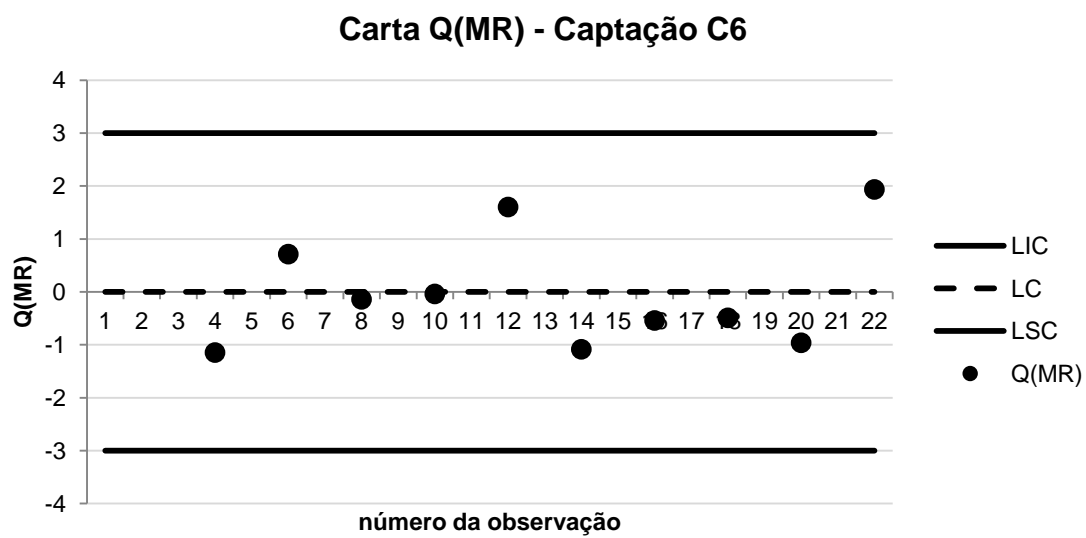


Figura III. 14 - Carta  $Q(MR)$  da captação C6

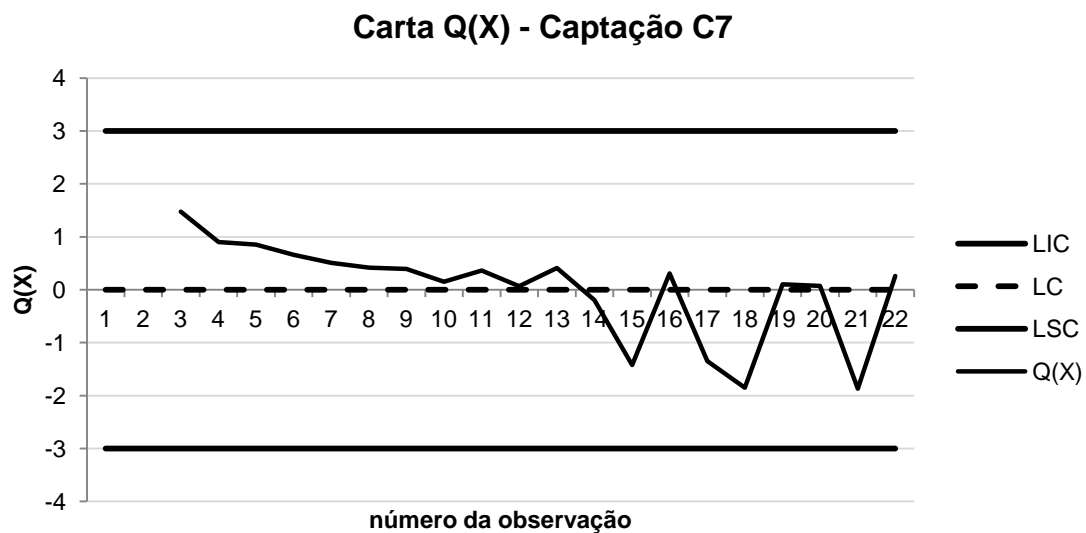


Figura III. 15 - Carta  $Q(X)$  da captação C7

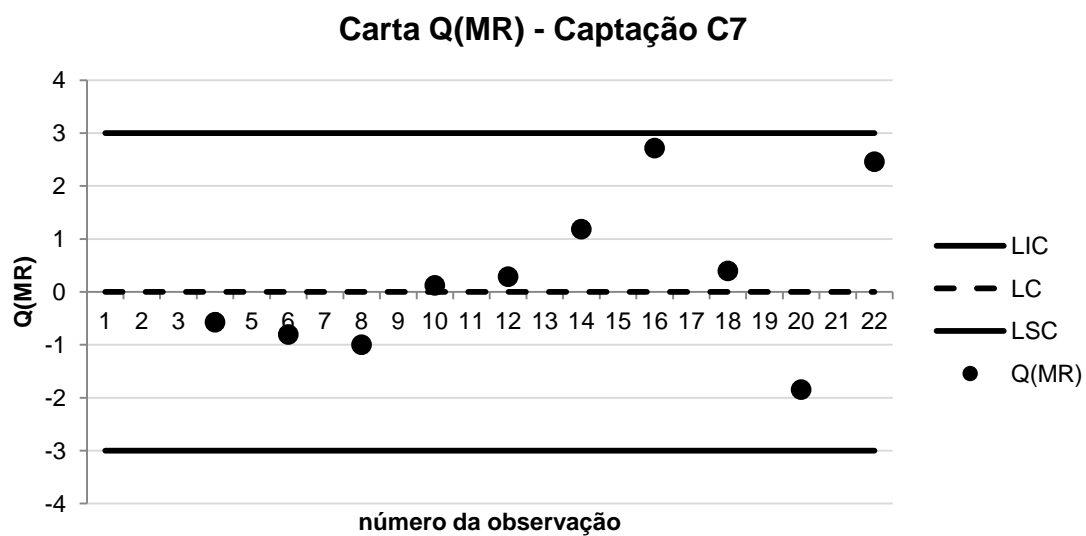


Figura III. 16 - Carta  $Q(MR)$  da captação C7

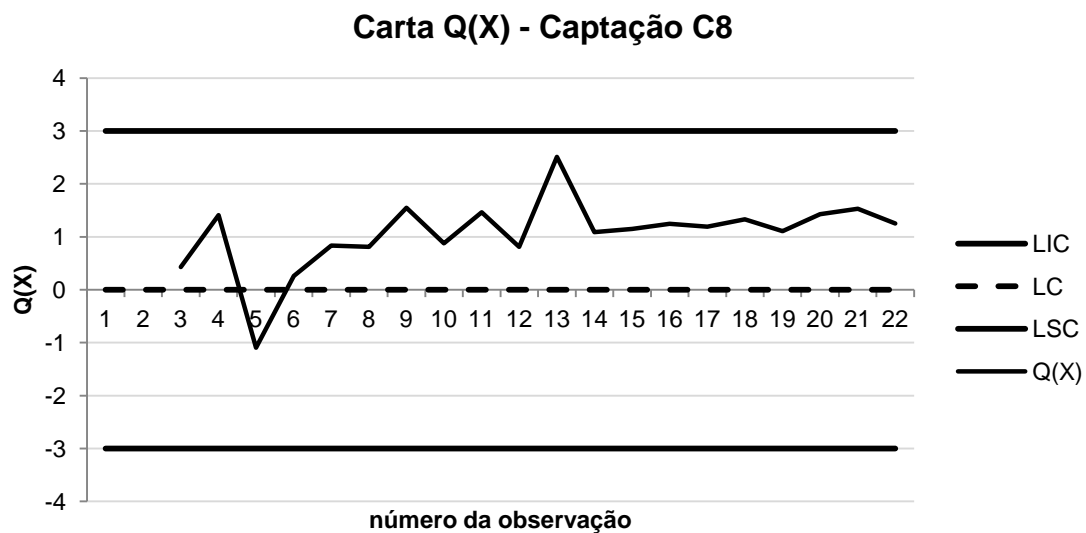


Figura III. 17 - Carta  $Q(X)$  da captação C8

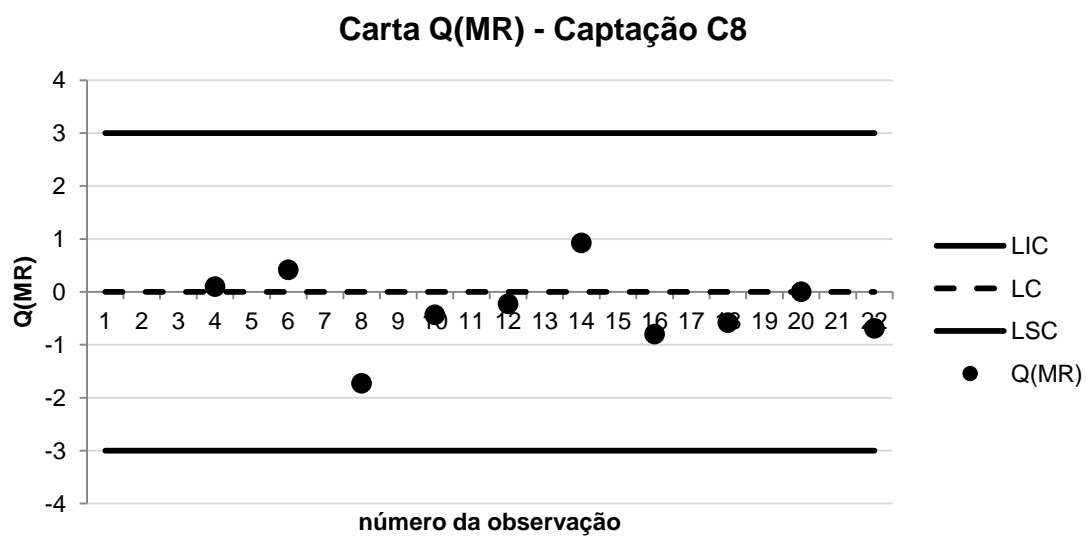


Figura III. 18 - Carta  $Q(MR)$  da captação C8

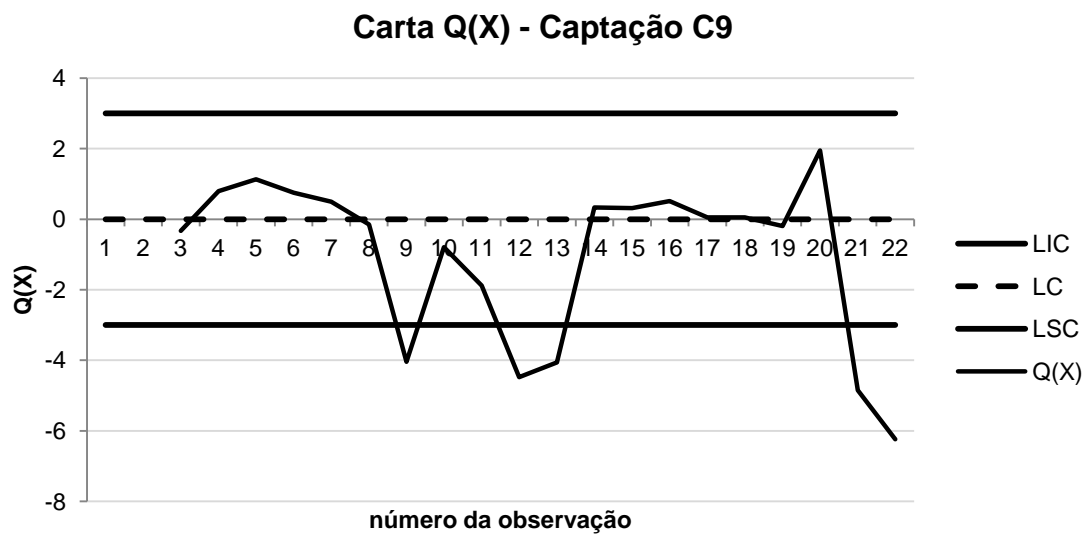


Figura III. 19 - Carta  $Q(X)$  da captação C9

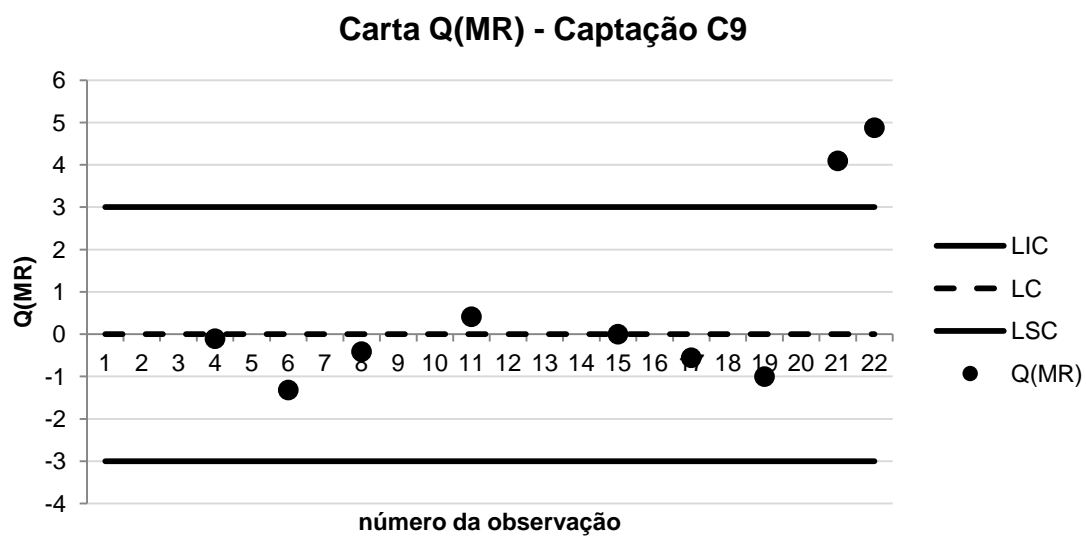


Figura III. 20 - Carta  $Q(MR)$  da captação C9

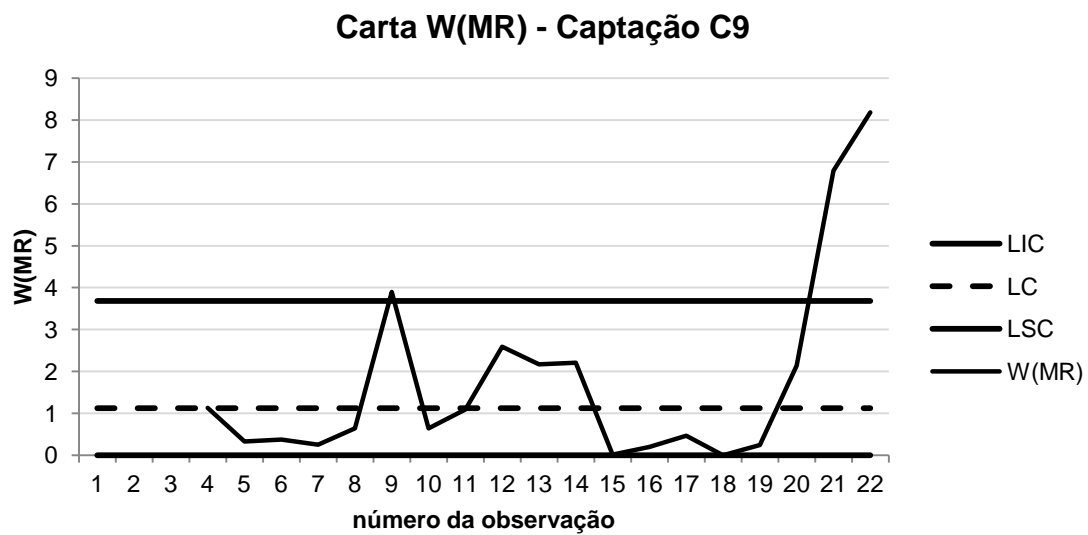


Figura III. 21 - Carta  $W(MR)$  da captação C9

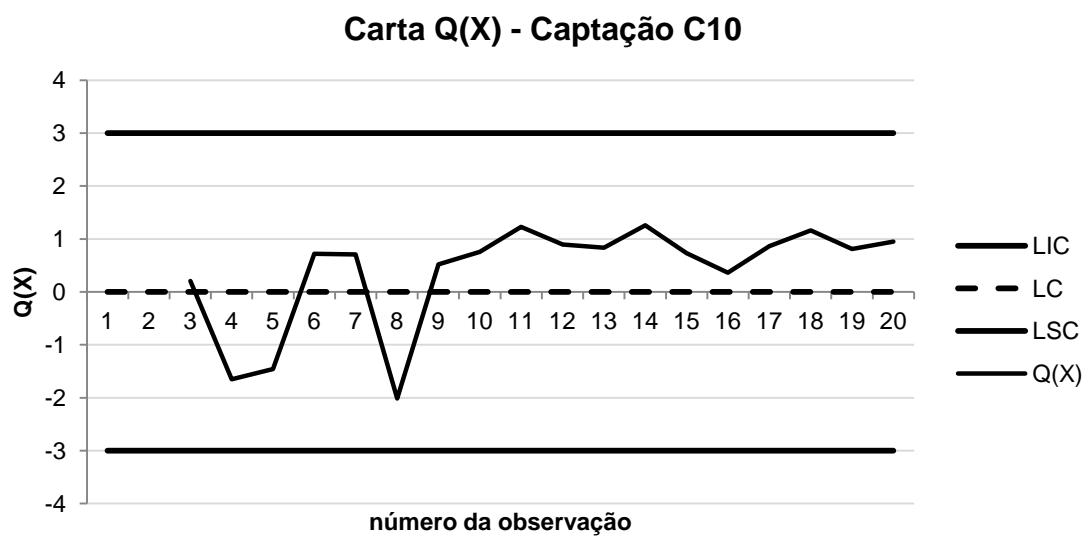


Figura III. 22 - Carta  $Q(X)$  da captação C10

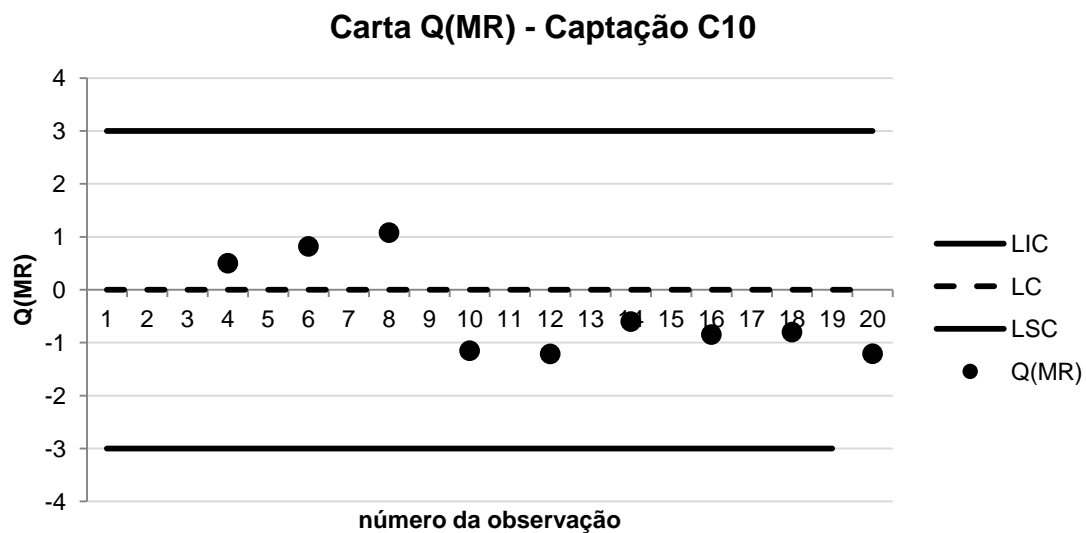


Figura III. 23 - Carta  $Q(MR)$  da captação C10

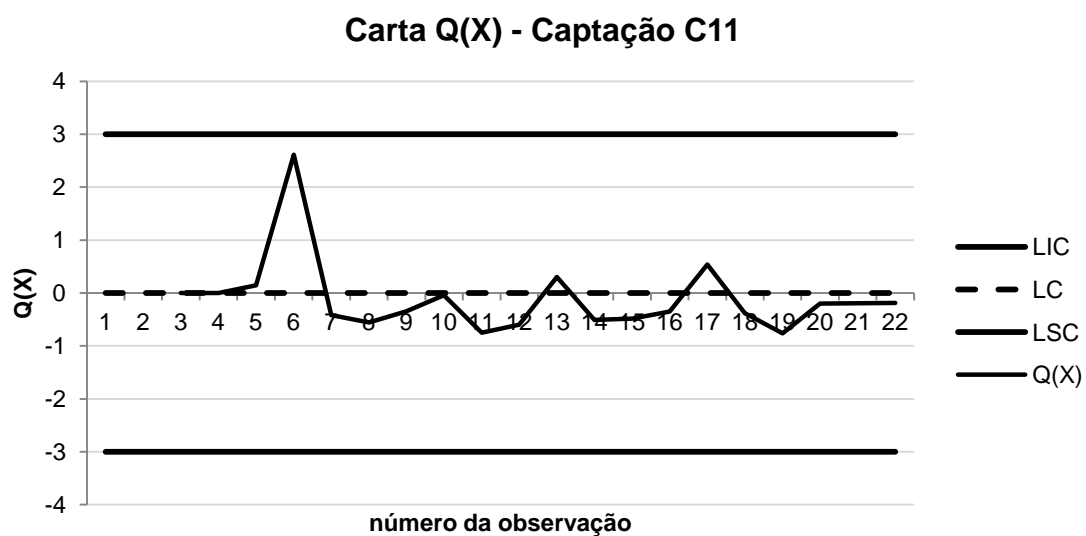


Figura III. 24 - Carta  $Q(X)$  da captação C11



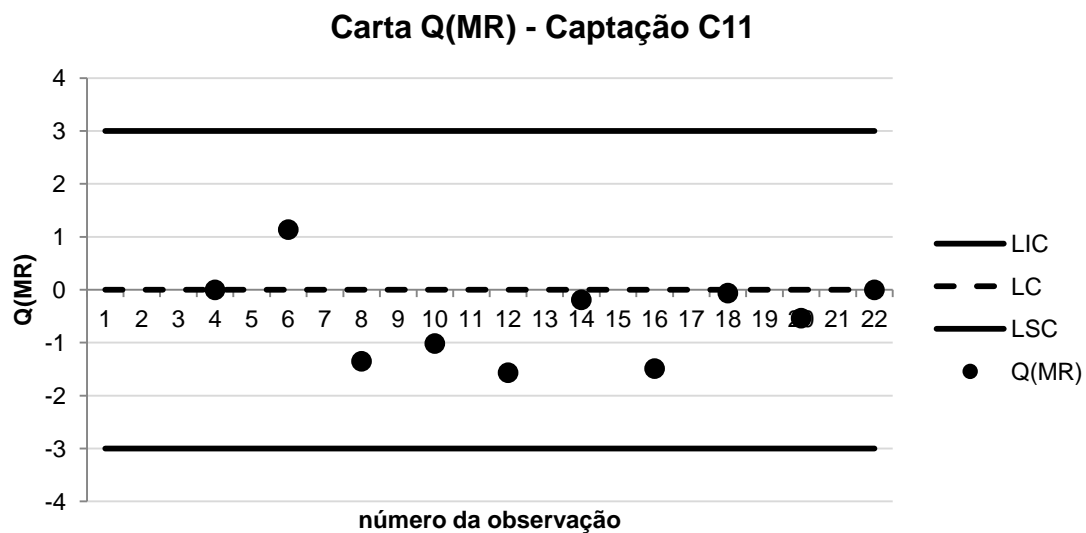


Figura III. 25 - Carta  $Q(MR)$  da captação C11

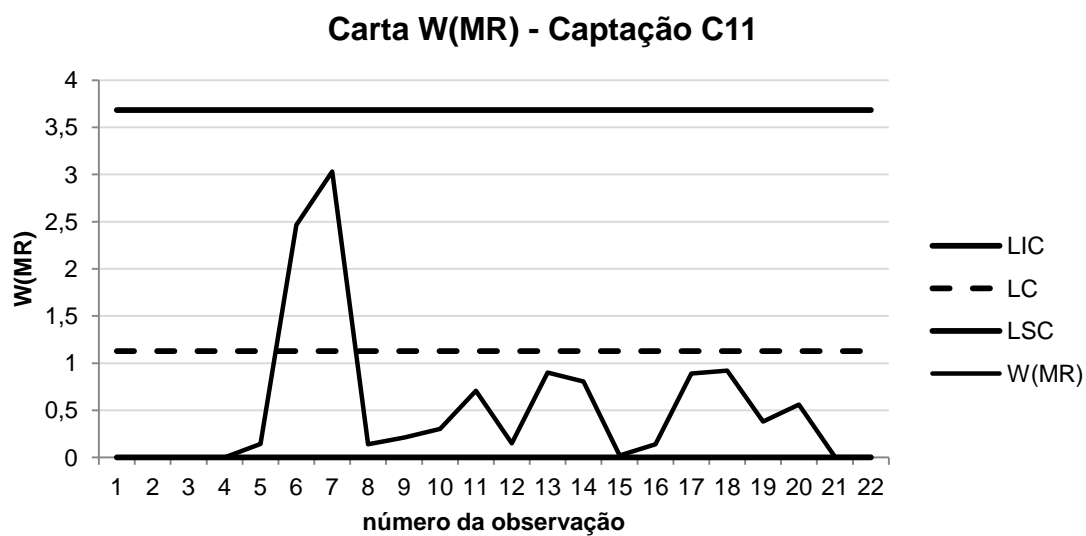


Figura III. 26 - Carta  $W(MR)$  da captação C11

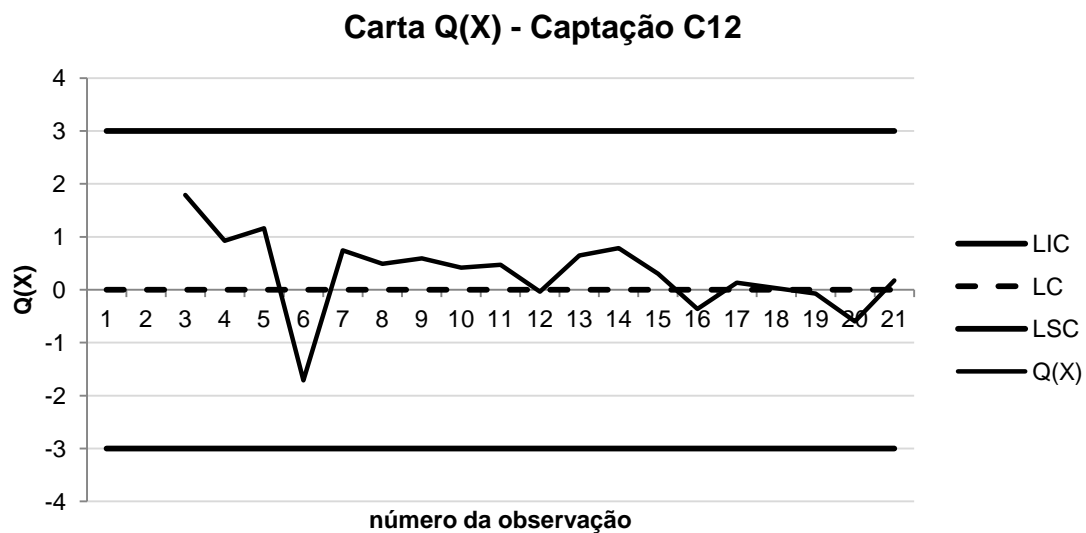


Figura III. 27 - Carta  $Q(X)$  da captação C12

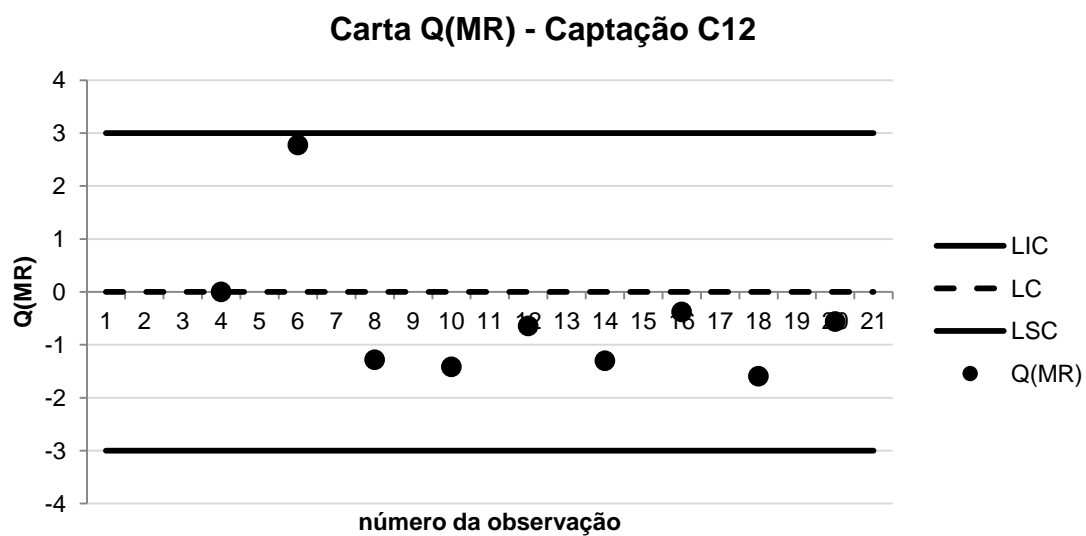


Figura III. 28 - Carta  $Q(MR)$  da captação C12

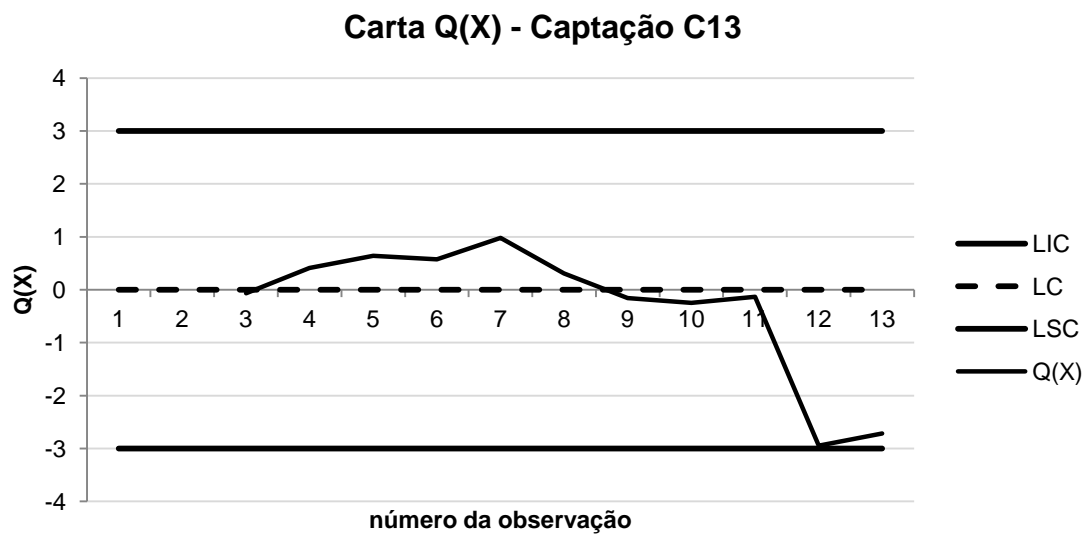


Figura III. 29 - Carta  $Q(X)$  da captação C13

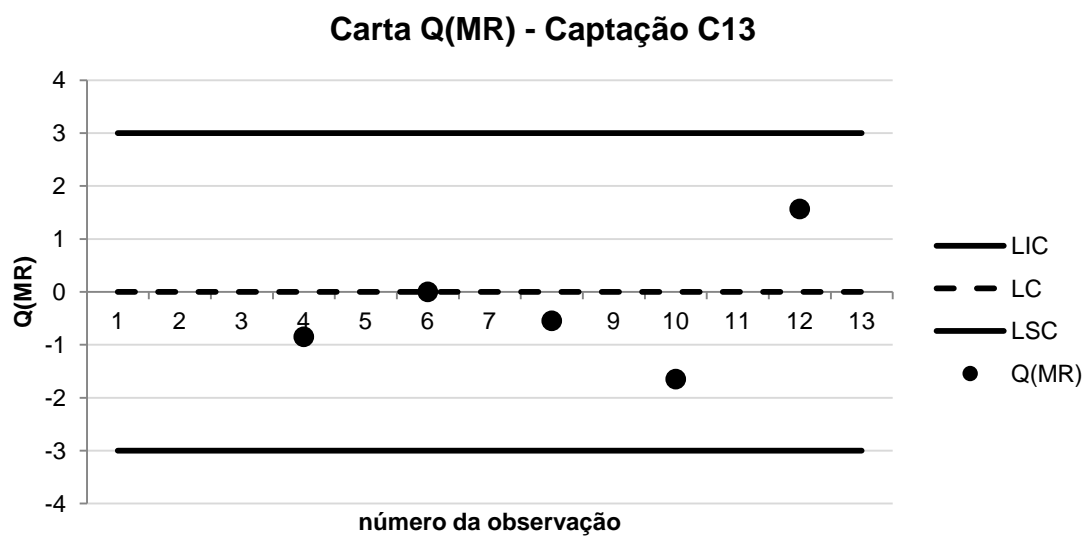


Figura III. 30 - Carta  $Q(MR)$  da captação C13

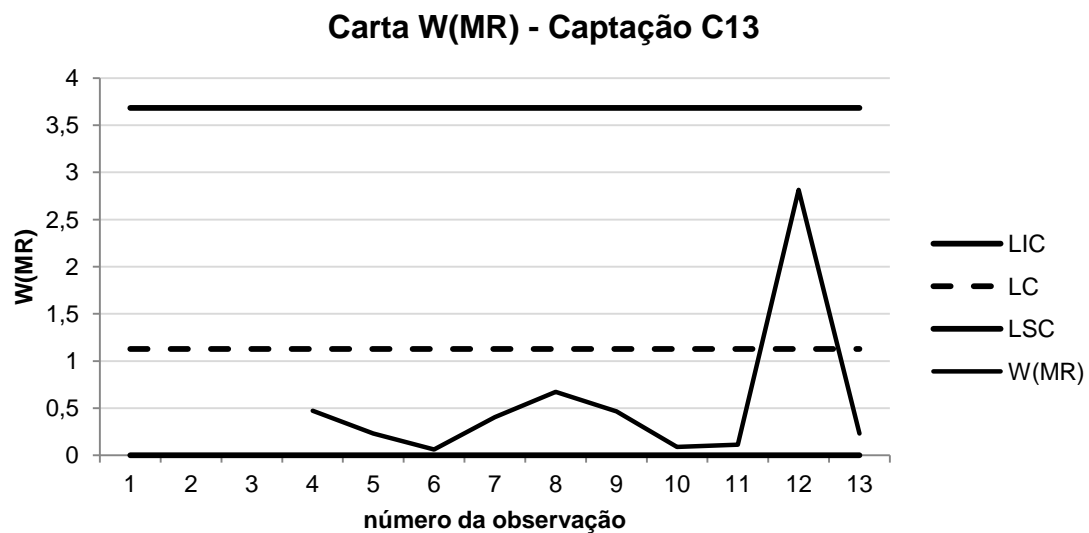


Figura III. 31 - Carta  $W(MR)$  da captação C13

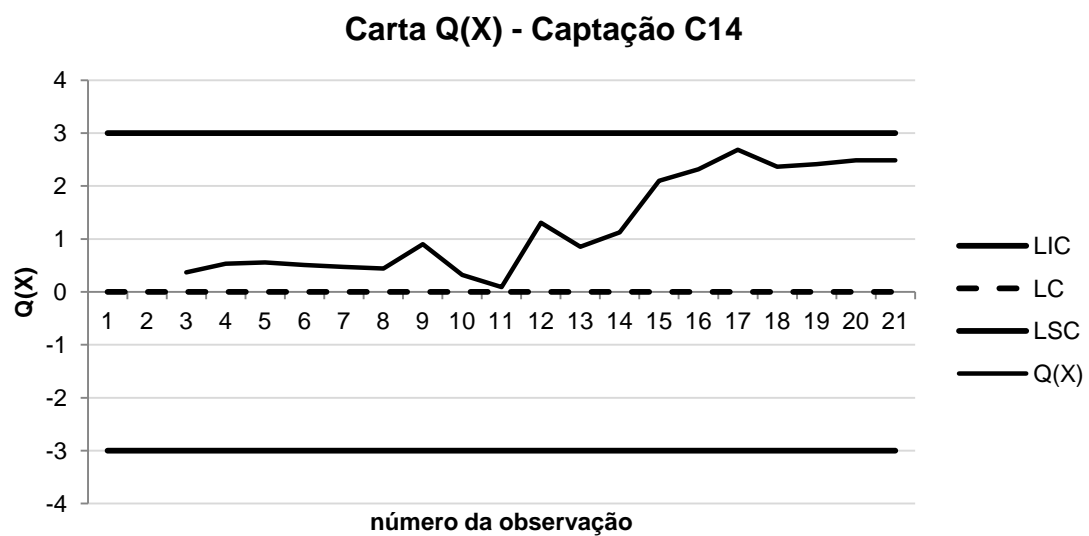


Figura III. 32 - Carta  $Q(X)$  da captação C14

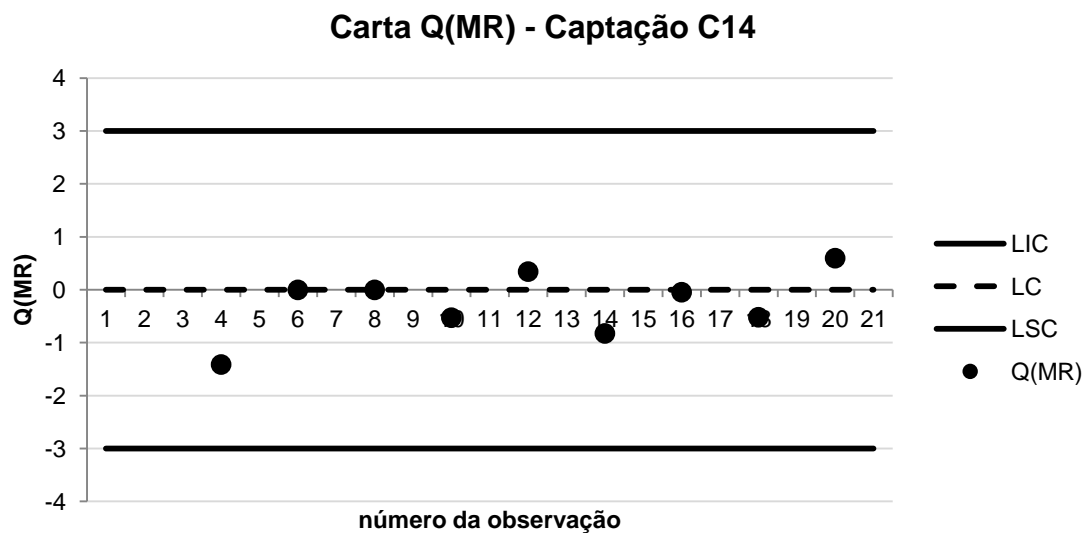


Figura III. 33 - Carta  $Q(MR)$  da captação C14

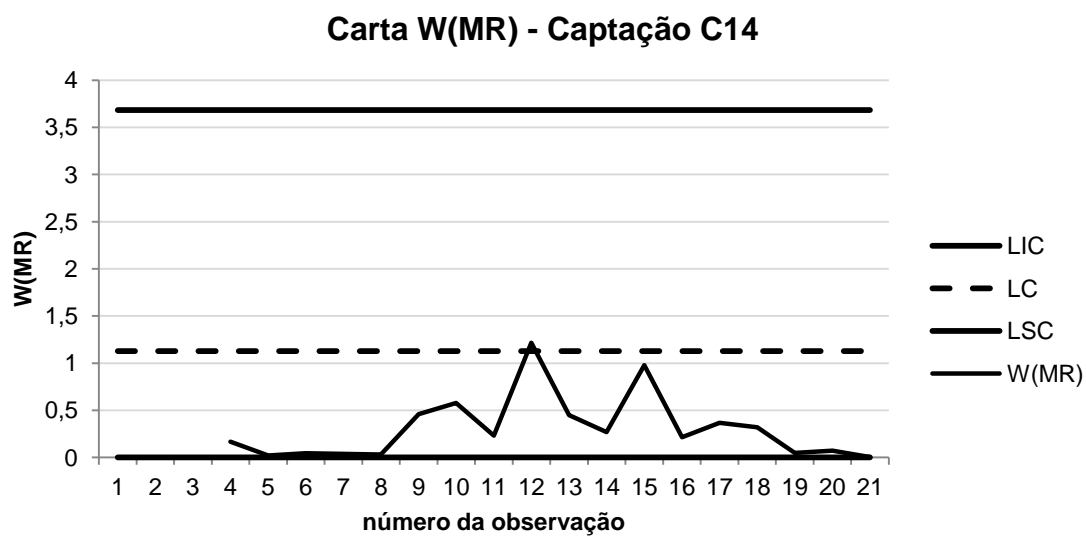


Figura III. 34 - Carta  $W(MR)$  da captação C14

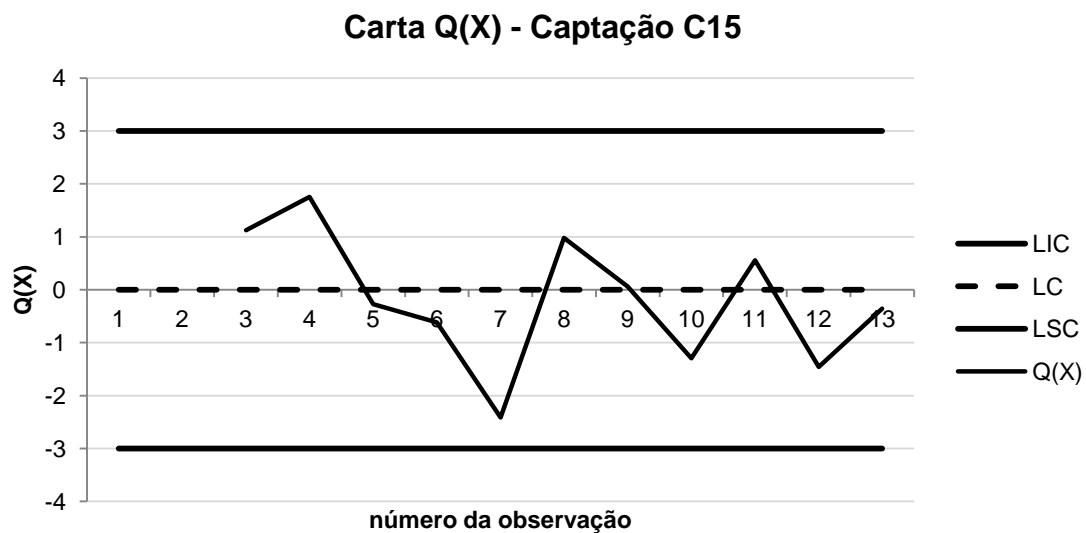


Figura III. 35 - Carta  $Q(X)$  da captação C15

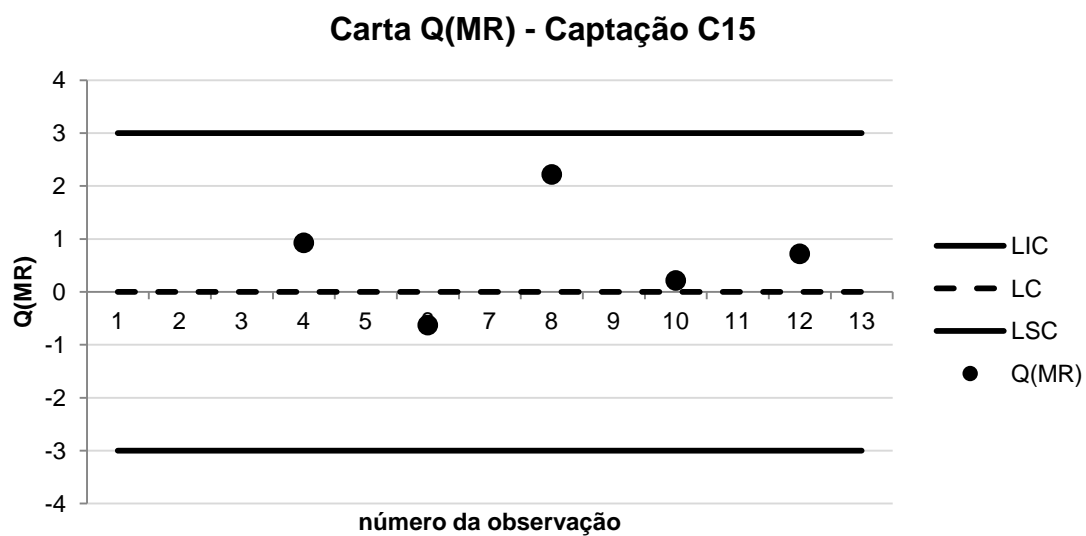


Figura III. 36 - Carta  $Q(MR)$  da captação C15

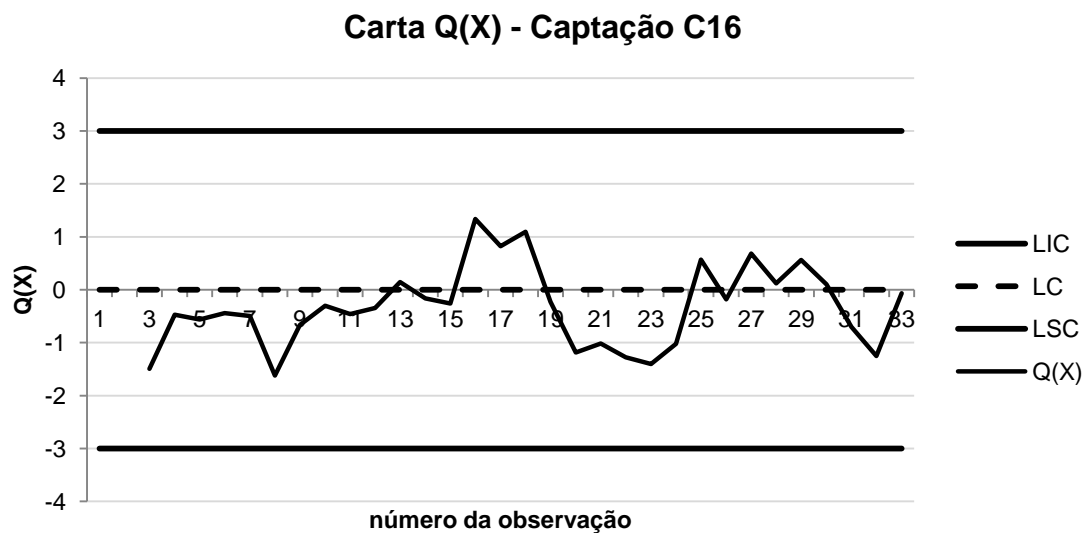


Figura III. 37 - Carta  $Q(X)$  da captação C16

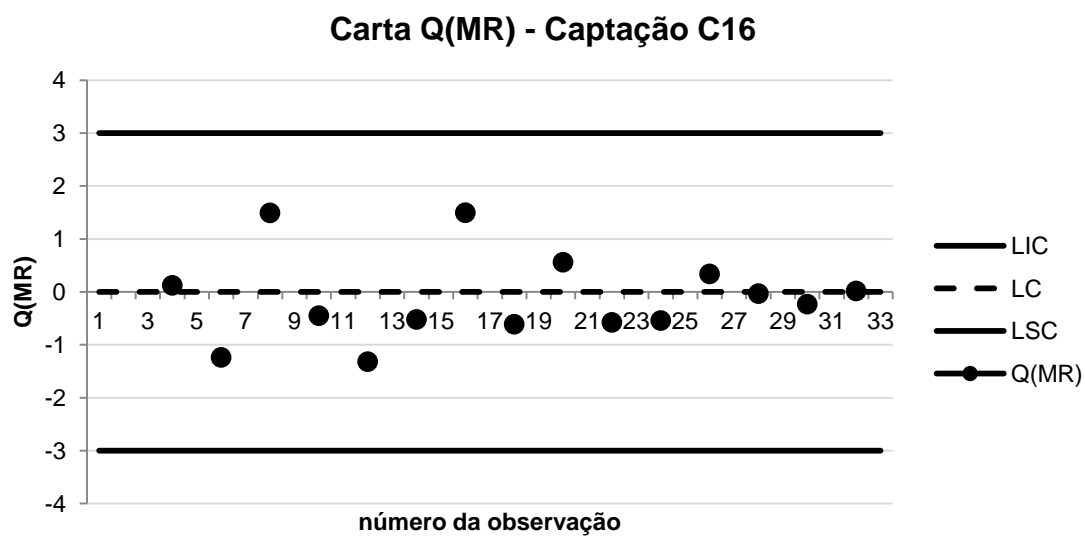


Figura III. 38 - Carta  $Q(MR)$  da captação C16

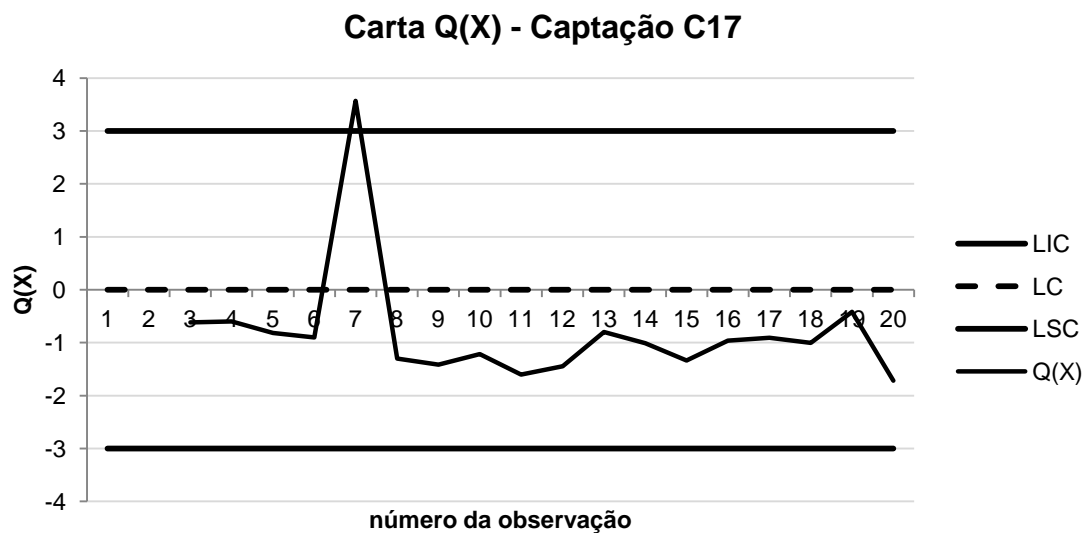


Figura III. 39 - Carta  $Q(X)$  da captação C17

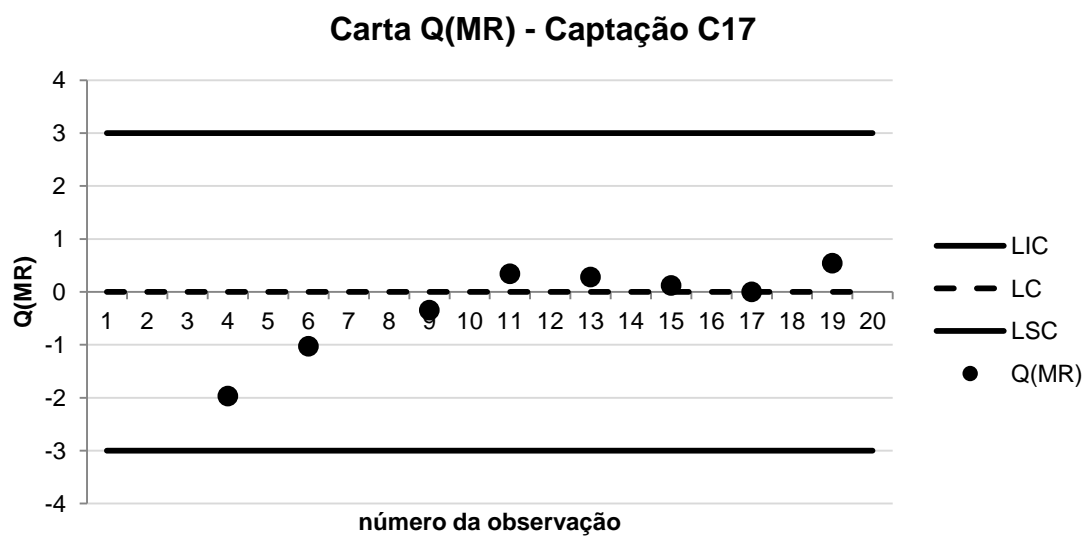


Figura III. 40 - Carta  $Q(MR)$  da captação C17



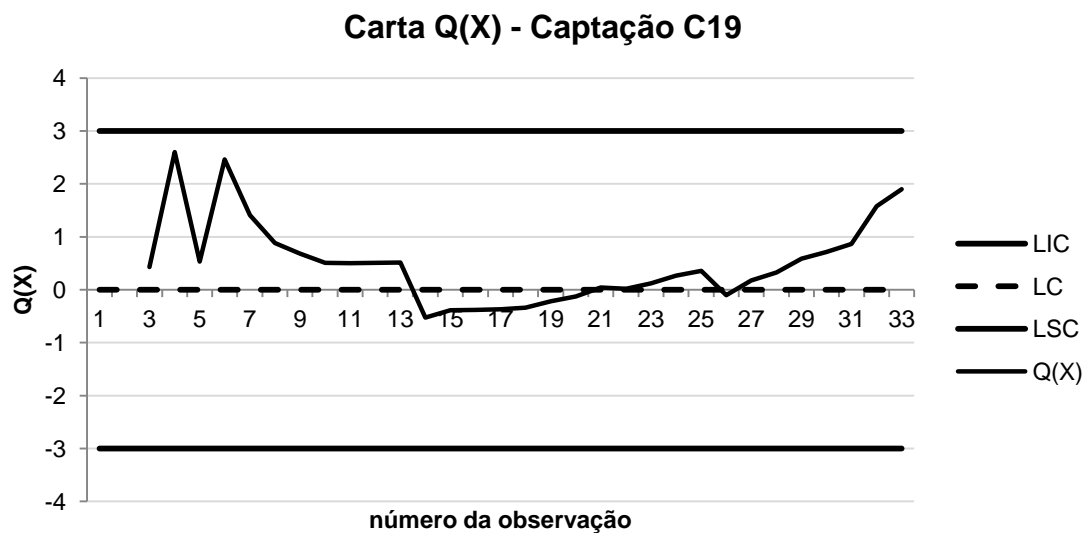


Figura III. 41 - Carta  $Q(X)$  da captação C19

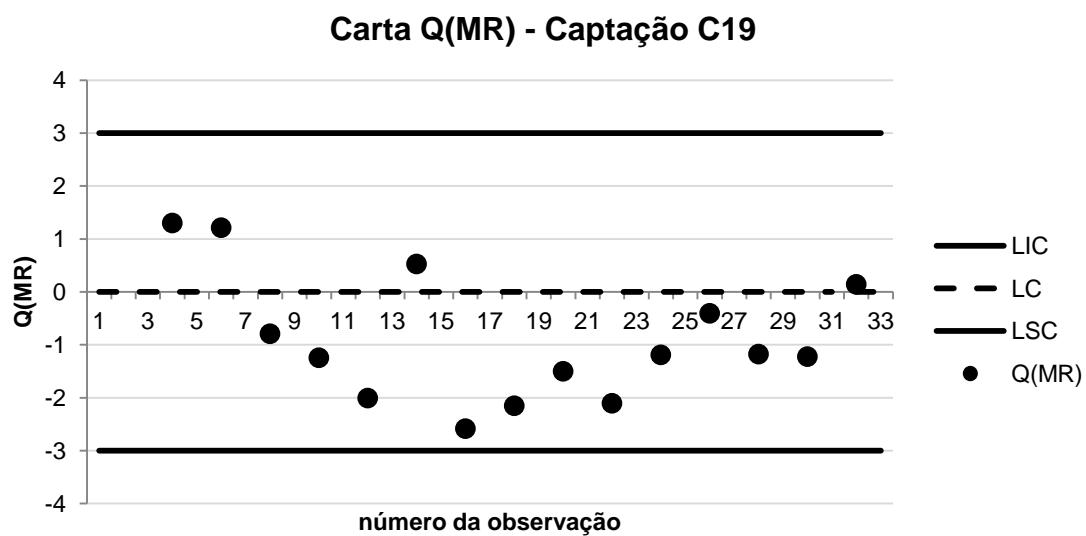


Figura III. 42 - Carta  $Q(MR)$  da captação C19

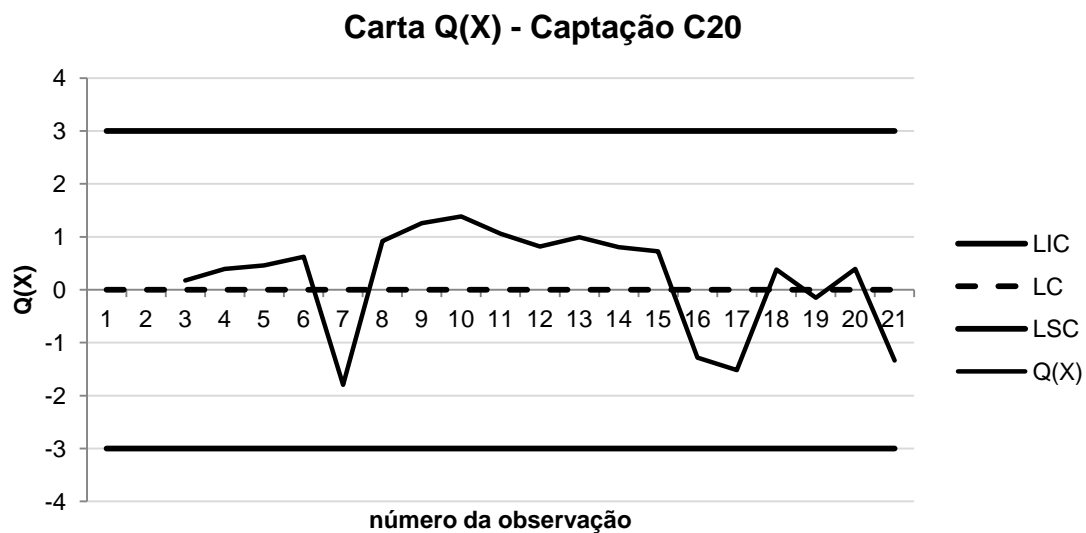


Figura III. 43 - Carta  $Q(X)$  da captação C20

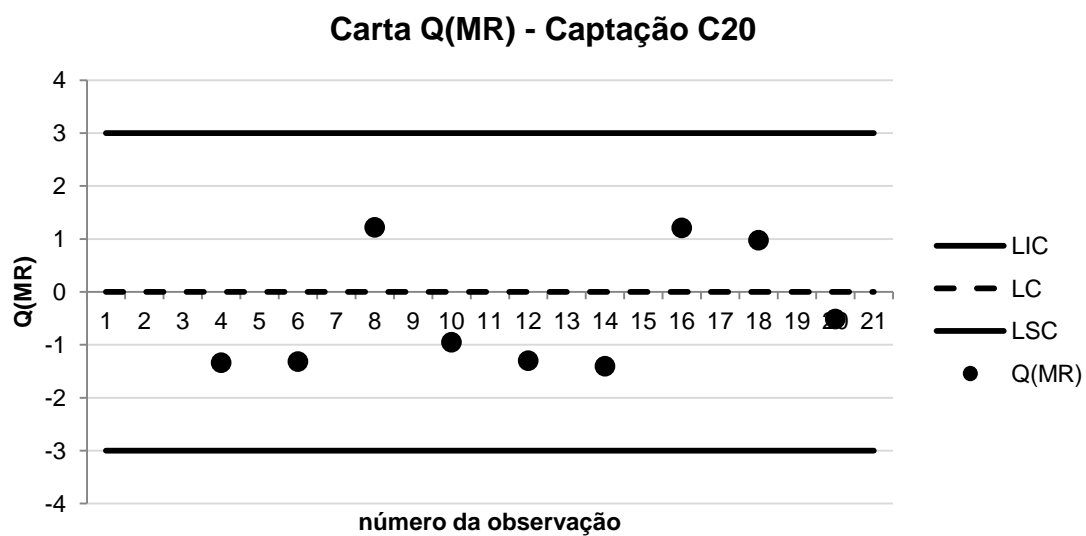


Figura III. 44 - Carta  $Q(MR)$  da captação C20

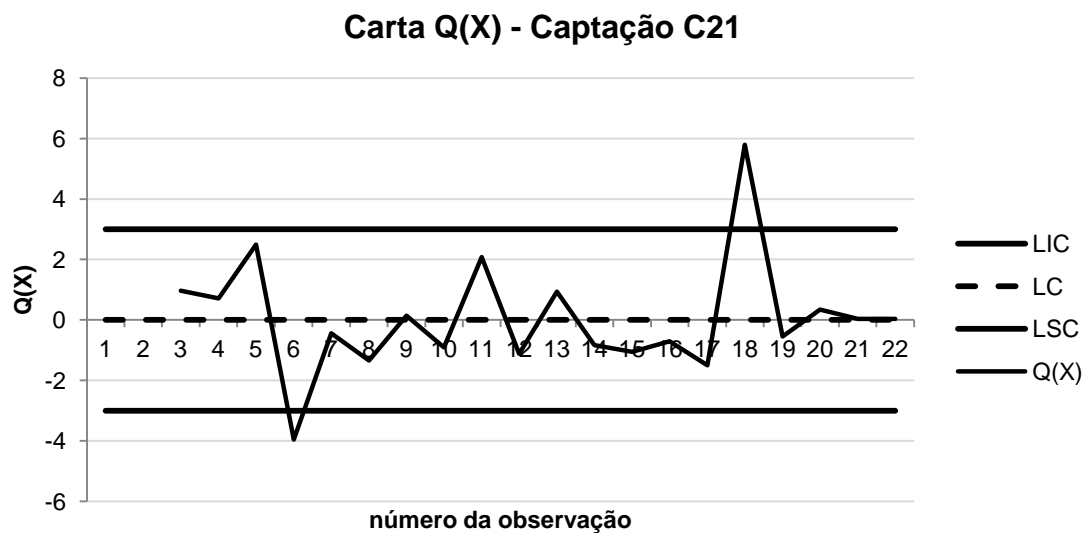


Figura III. 45 - Carta  $Q(X)$  da captação C21

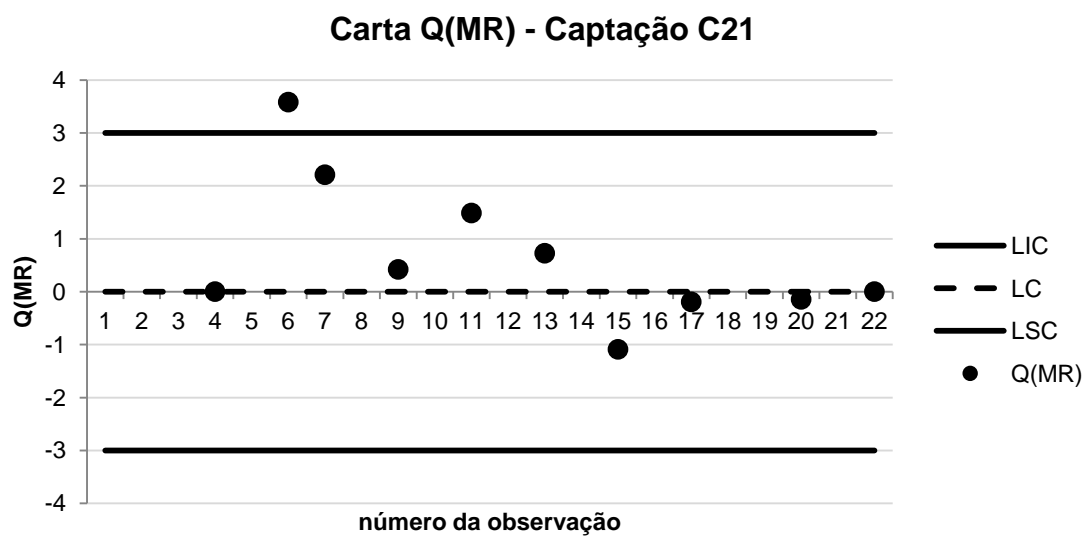


Figura III. 46 - Carta  $Q(MR)$  da captação C21

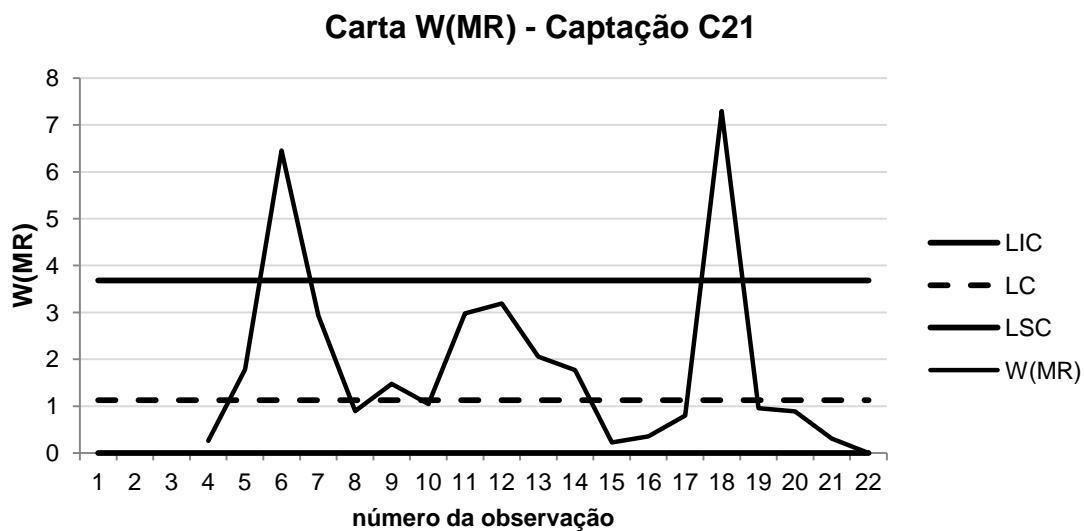


Figura III. 47 - Carta  $W(MR)$  da captação C21

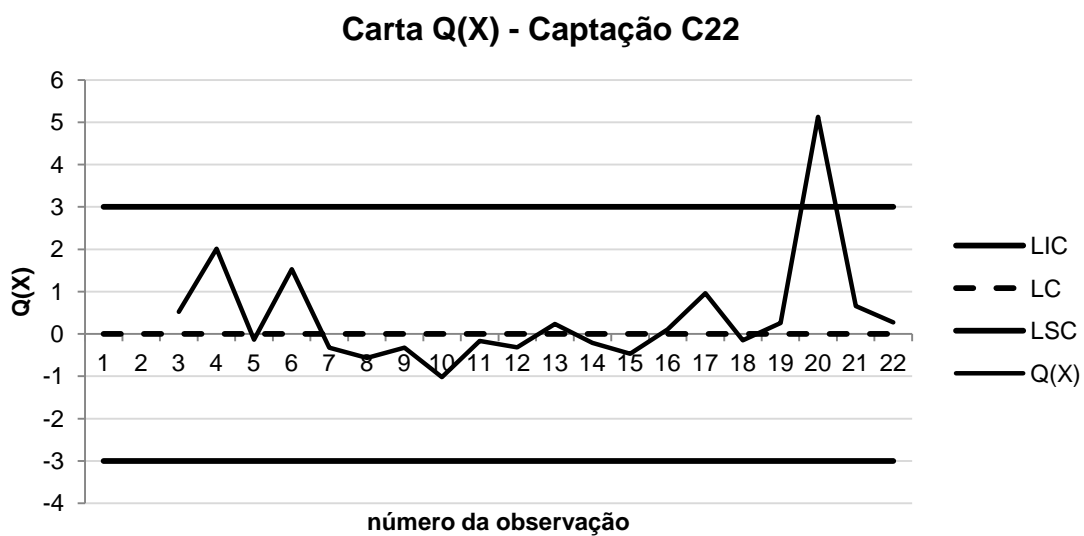


Figura III. 48 - Carta  $Q(X)$  da captação C22

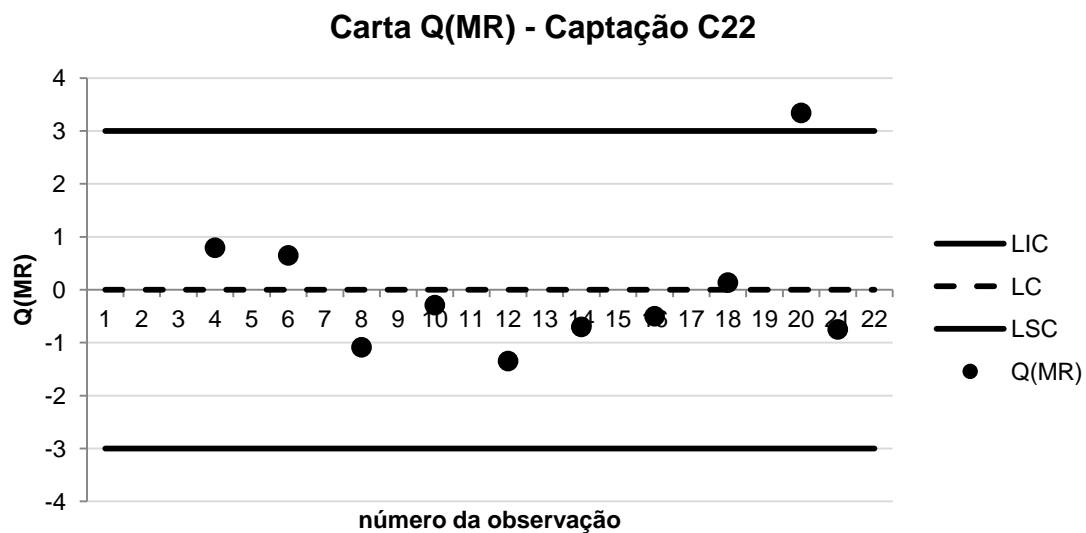


Figura III. 49 - Carta  $Q(MR)$  da captação C22

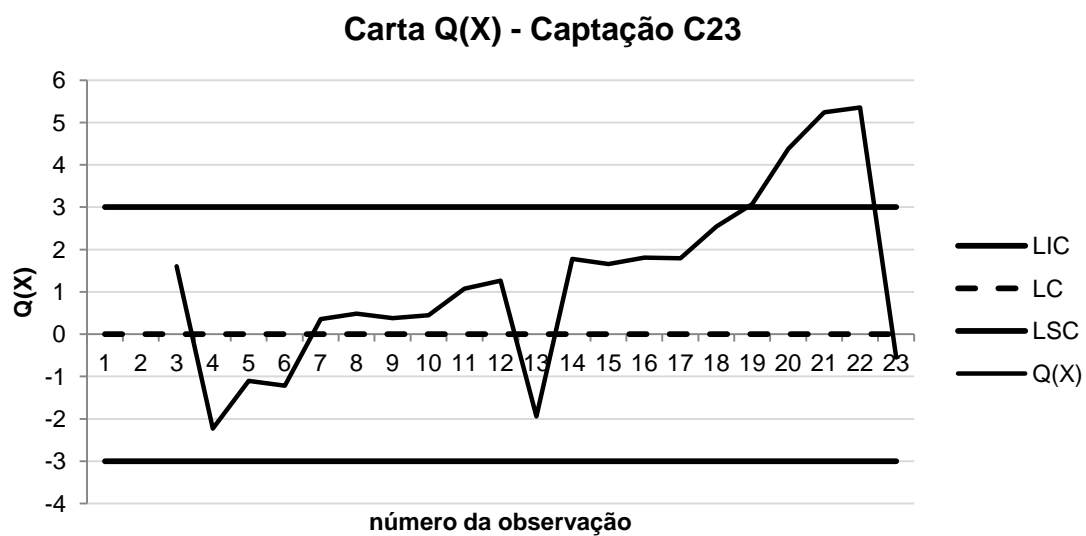


Figura III. 50 - Carta  $Q(X)$  da captação C23

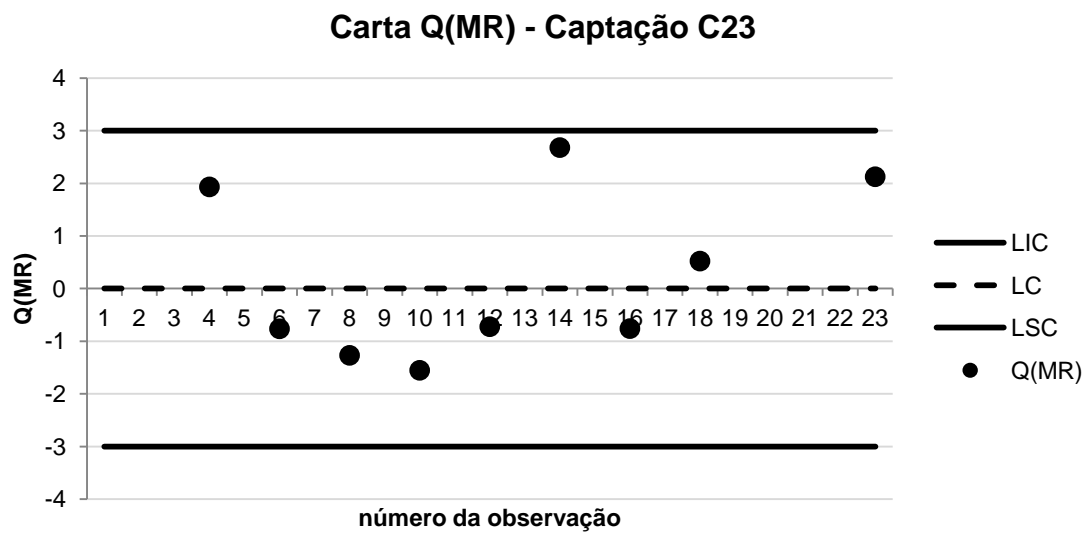


Figura III. 51 - Carta  $Q(MR)$  da captação C23

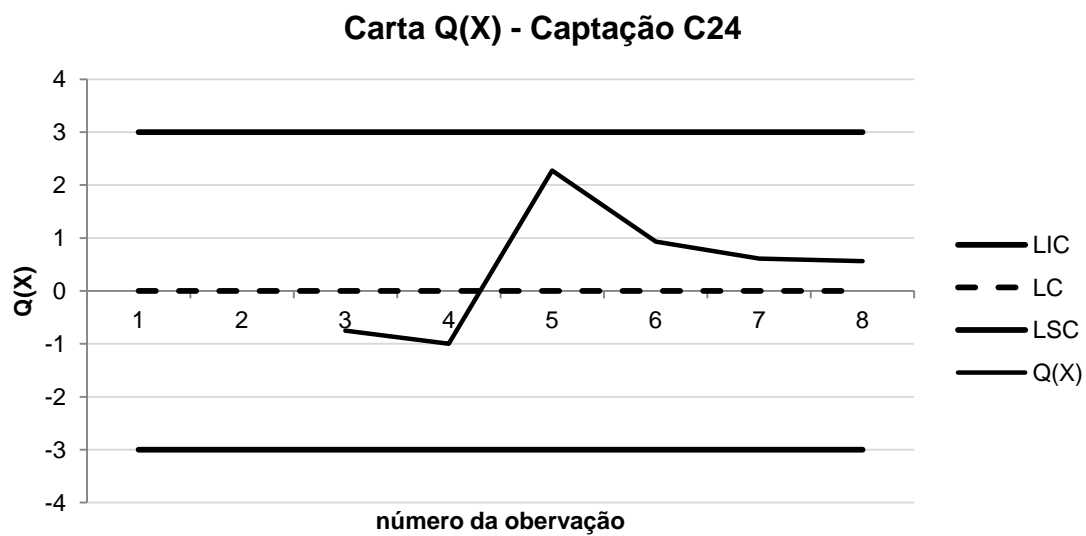


Figura III. 52 - Carta  $Q(X)$  da captação C24

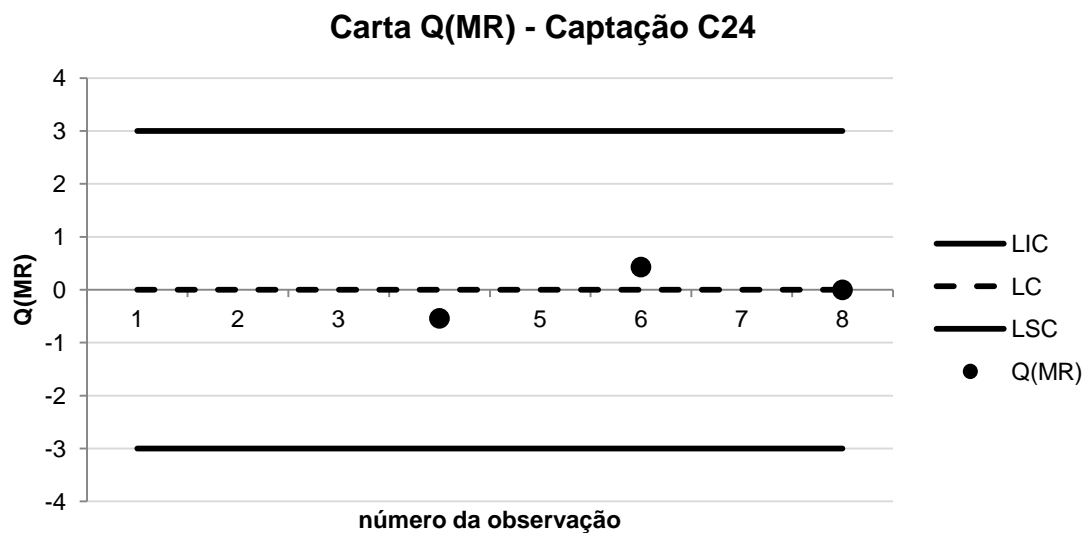


Figura III. 53 - Carta  $Q(MR)$  da captação C24

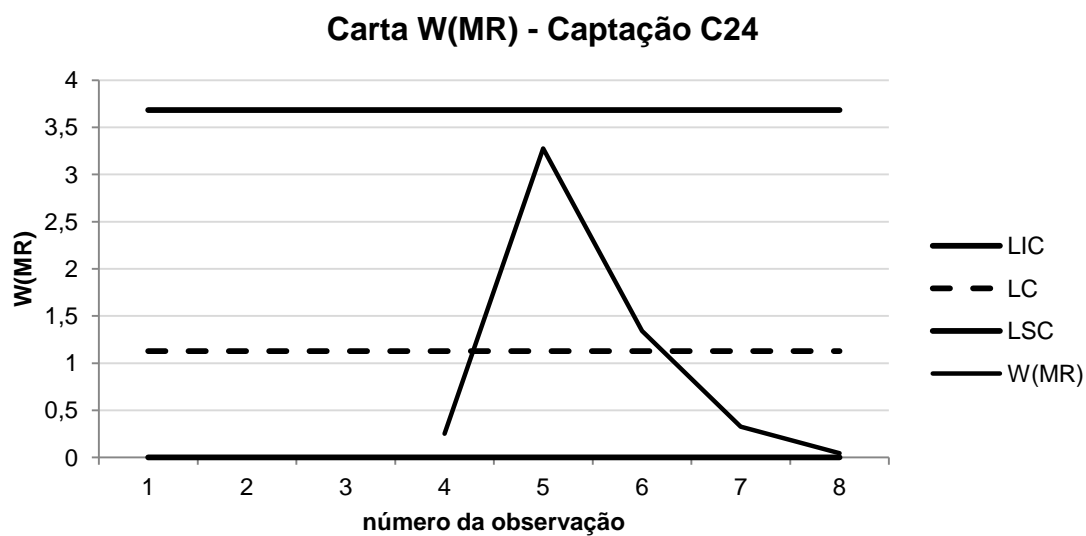


Figura III. 54 - Carta  $W(MR)$  da captação C24

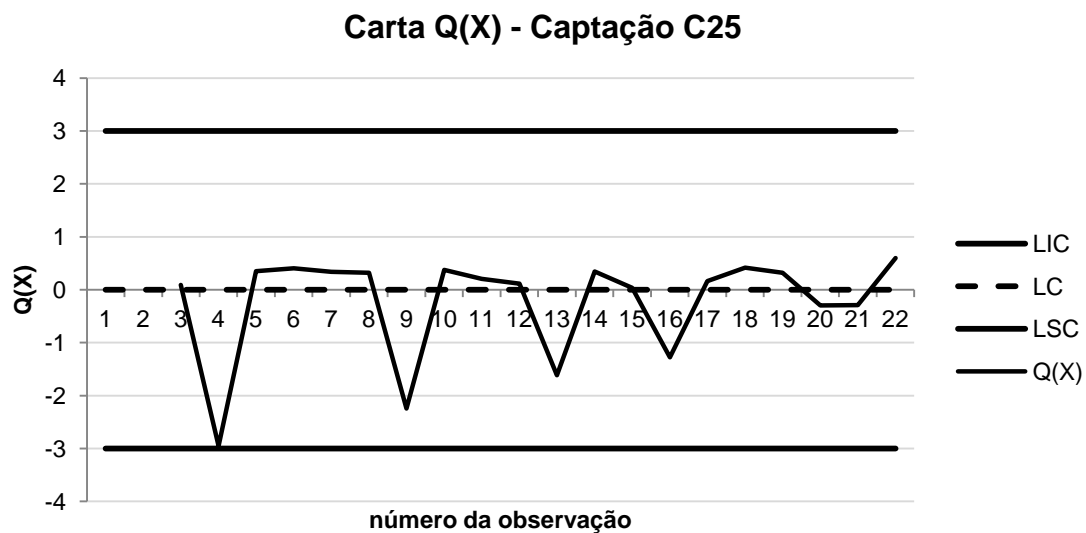


Figura III. 55 - Carta  $Q(X)$  da captação C25

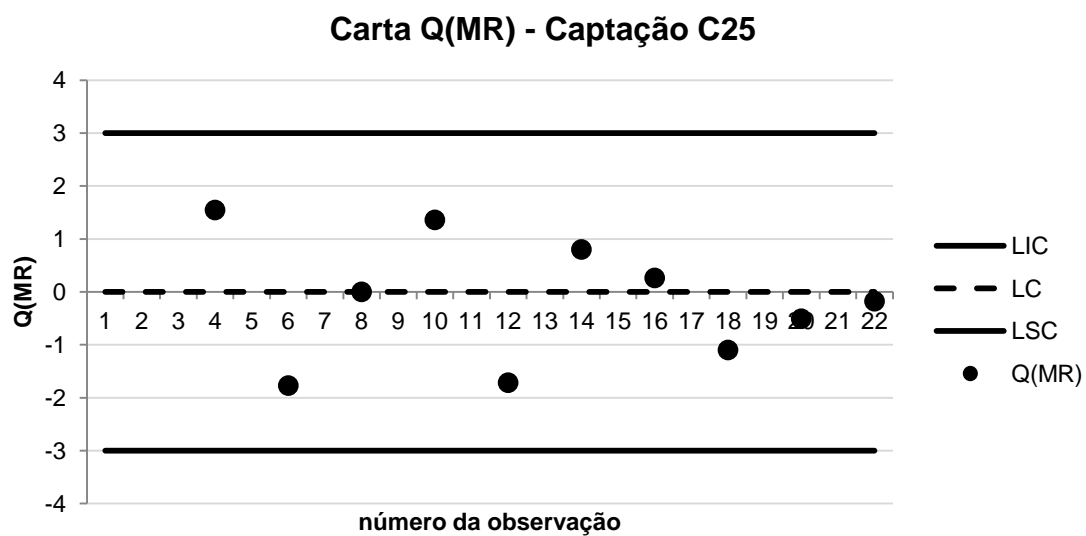


Figura III. 56 - Carta  $Q(MR)$  da captação C25



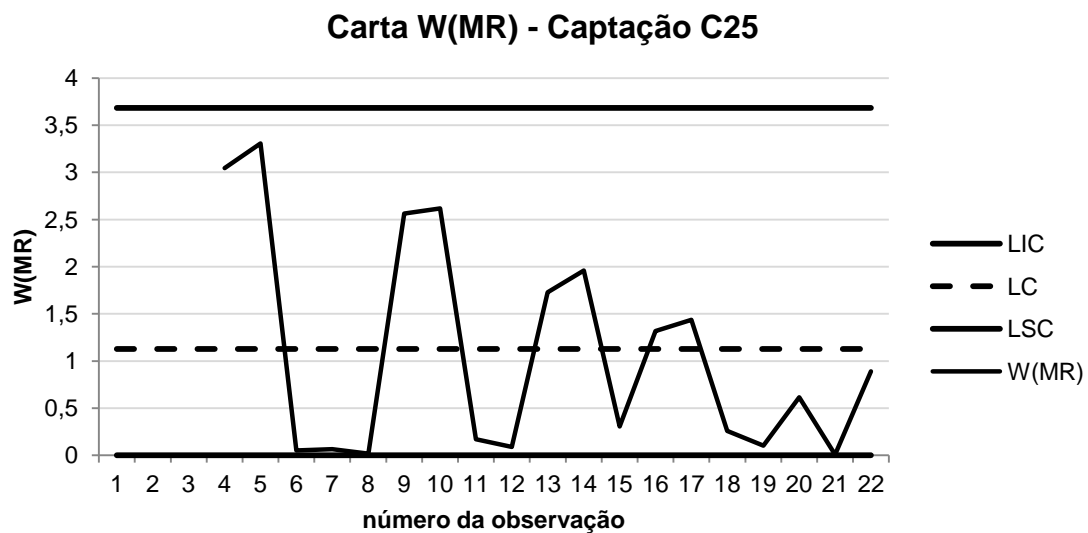


Figura III. 57 - Carta  $W(MR)$  da captação C25

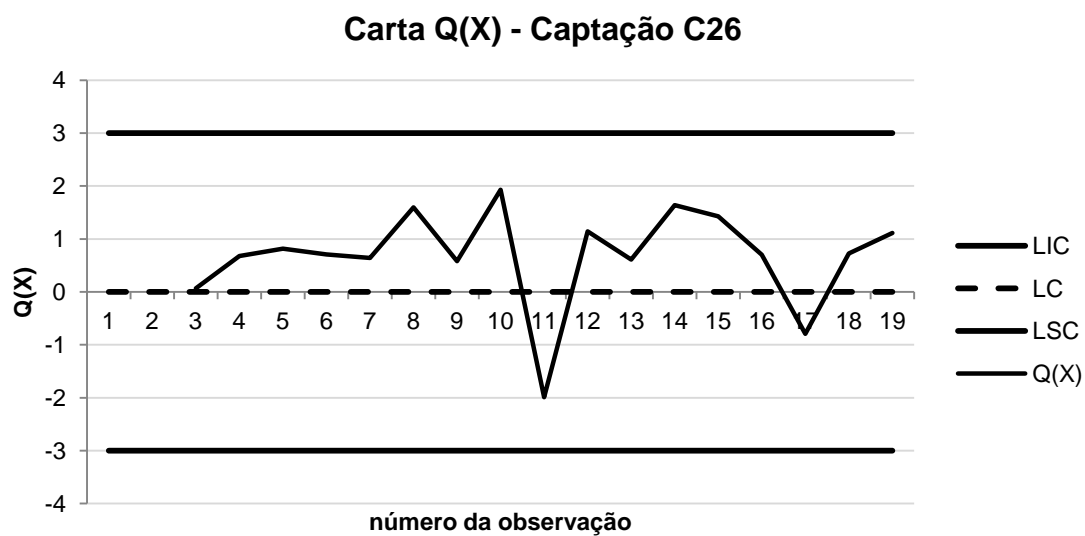


Figura III. 58 - Carta  $Q(X)$  da captação C26

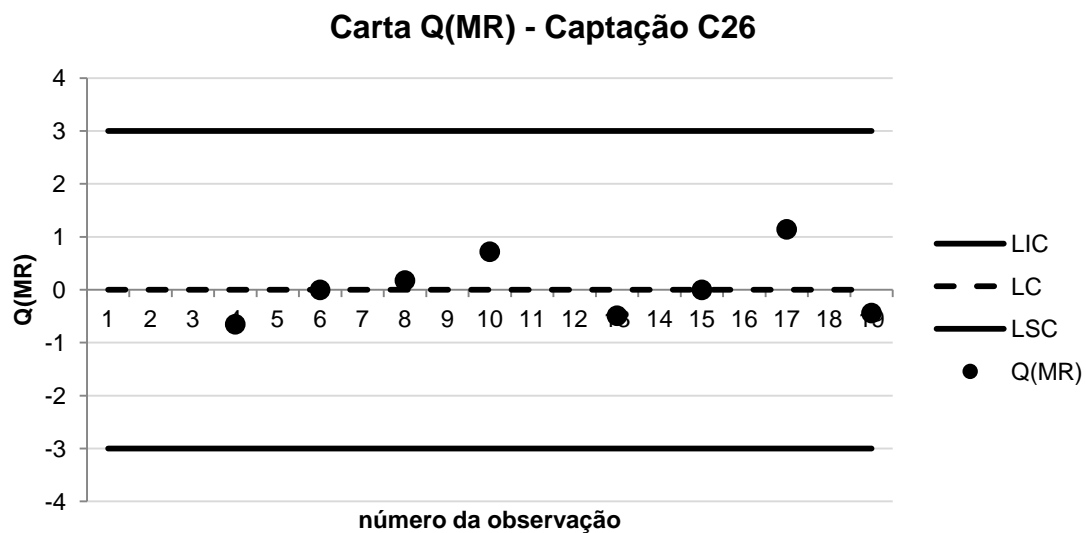


Figura III. 59 - Carta  $Q(MR)$  da captação C26

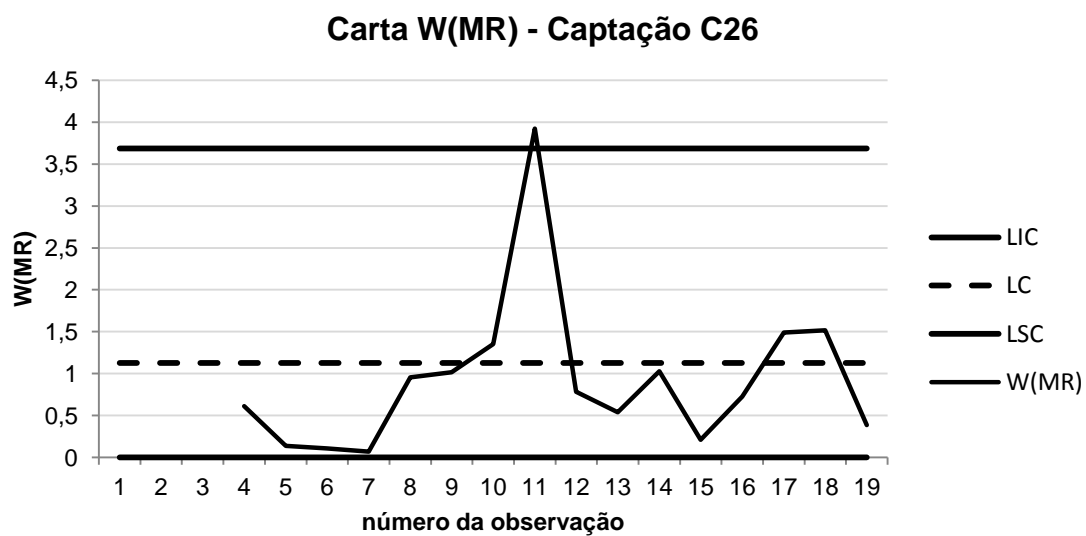


Figura III. 60 - Carta  $W(MR)$  da captação C26

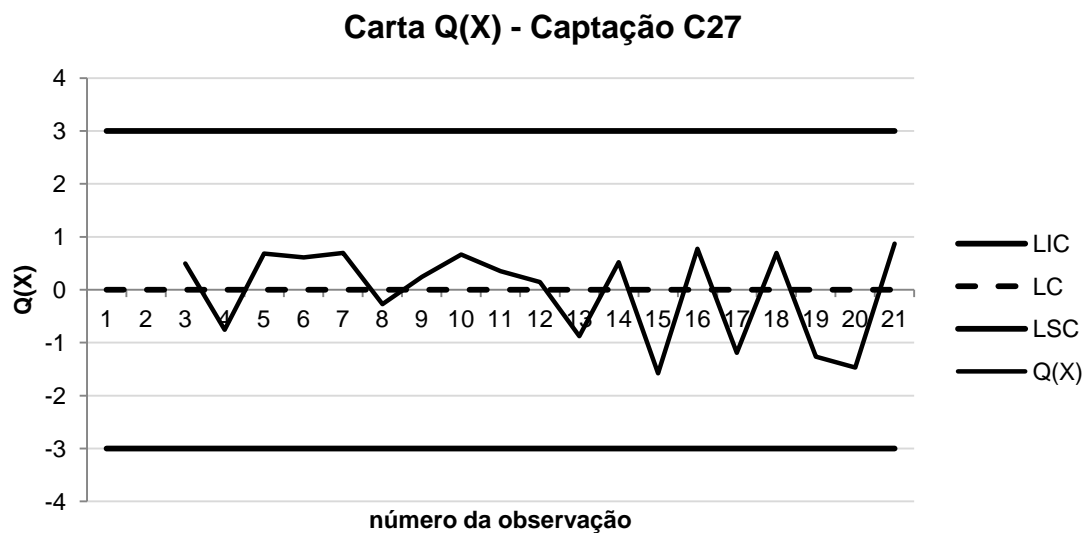


Figura III. 61 - Carta  $Q(X)$  da captação C27

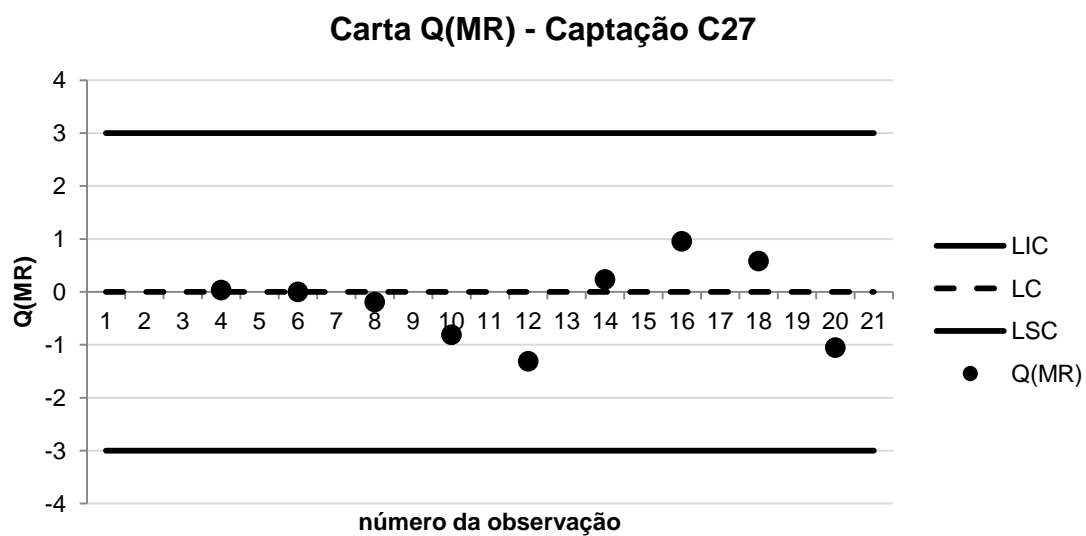


Figura III. 62 - Carta  $Q(MR)$  da captação C27

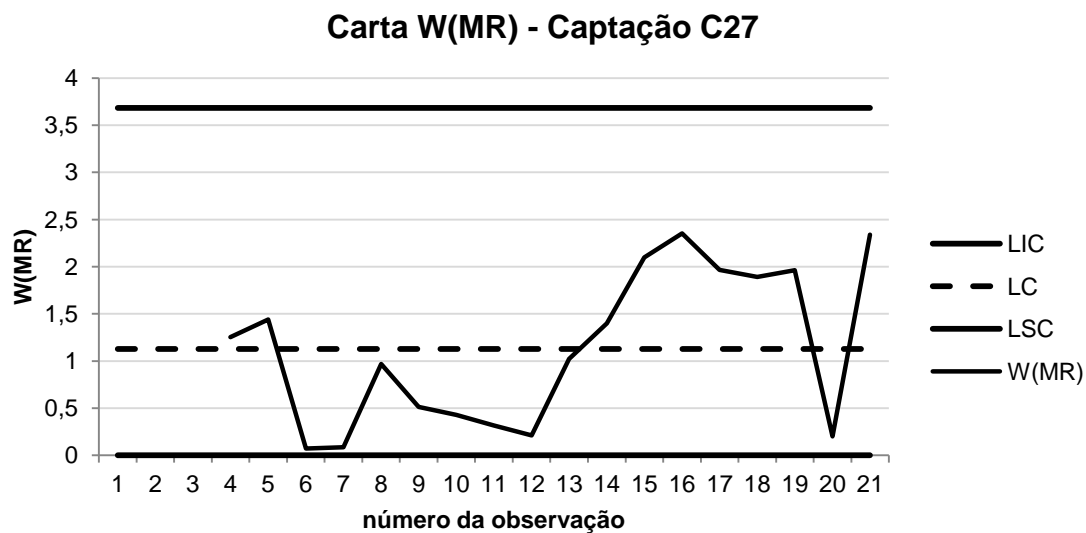


Figura III. 63 - Carta  $W(MR)$  da captação C27

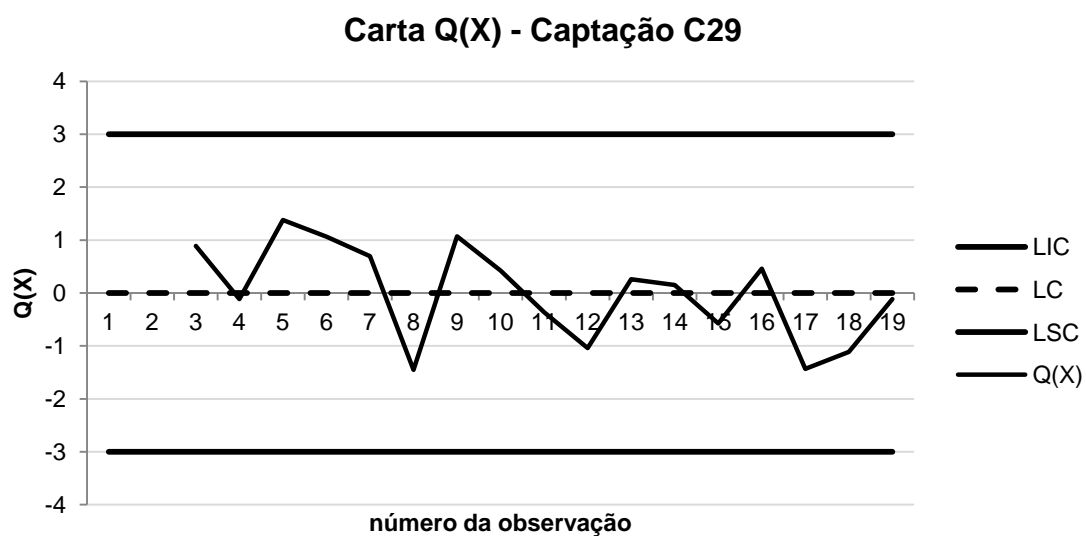


Figura III. 64 - Carta  $Q(X)$  da captação C29

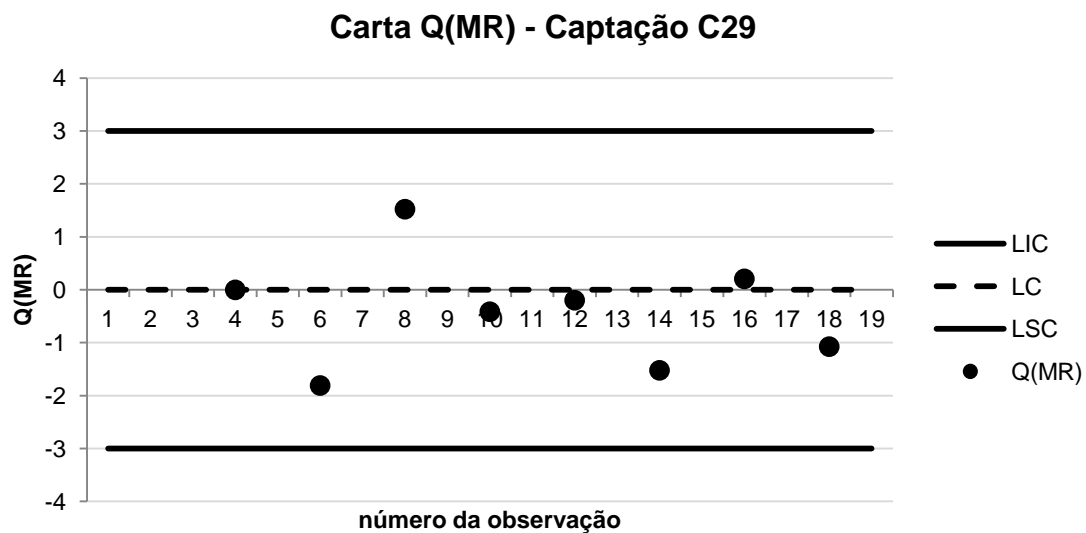


Figura III. 65 - Carta  $Q(MR)$  da captação C29

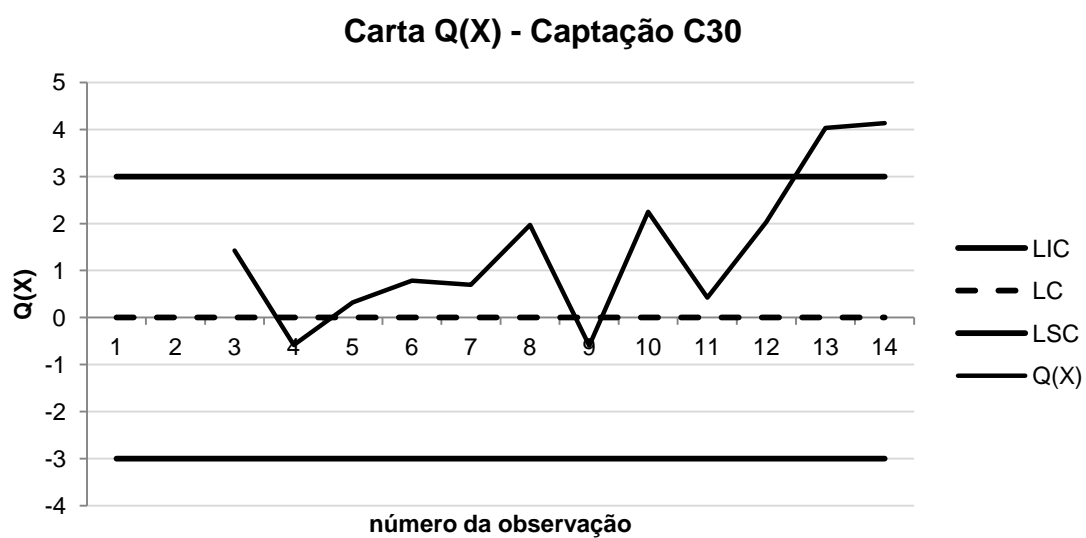


Figura III. 66 - Carta  $Q(X)$  da captação C30

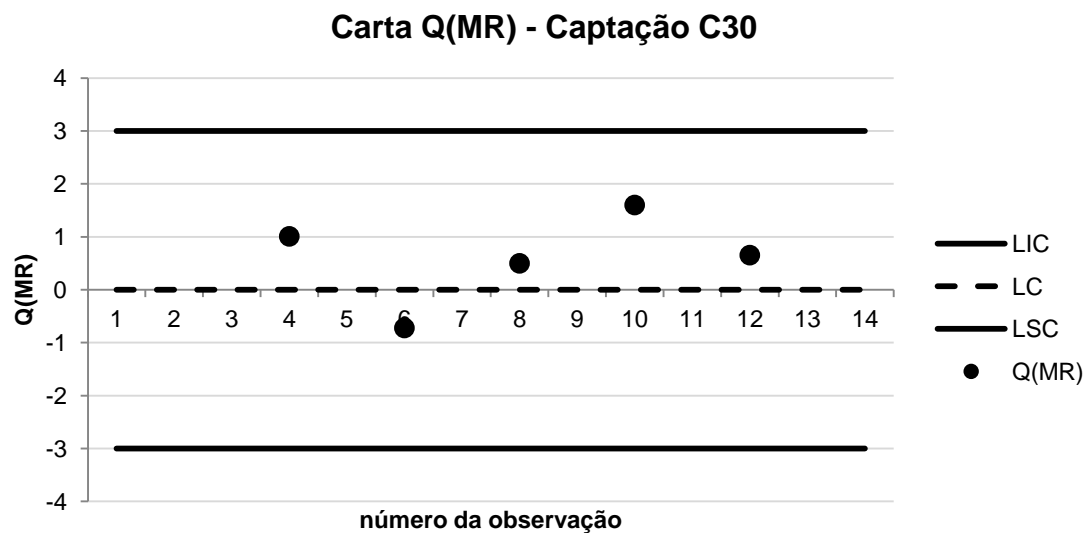


Figura III. 67 - Carta  $Q(MR)$  da captação C30

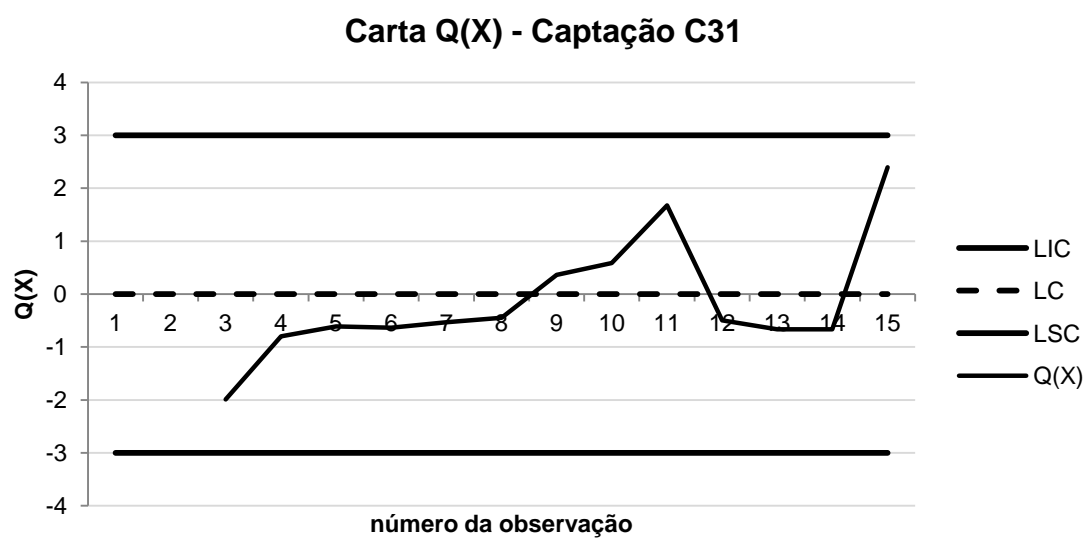


Figura III. 68 - Carta  $Q(X)$  da captação C31

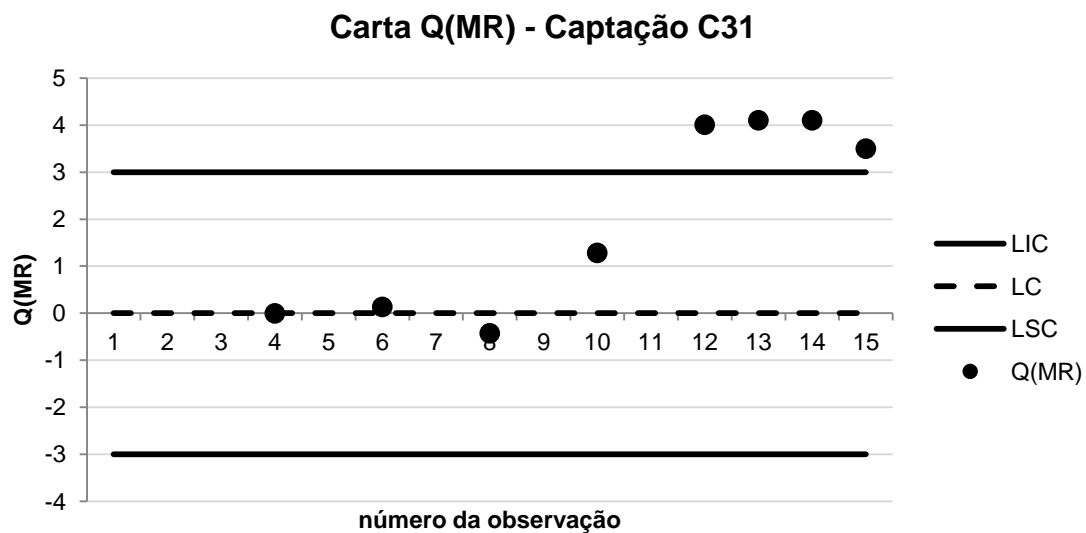


Figura III. 69 - Carta  $Q(MR)$  da captação C31

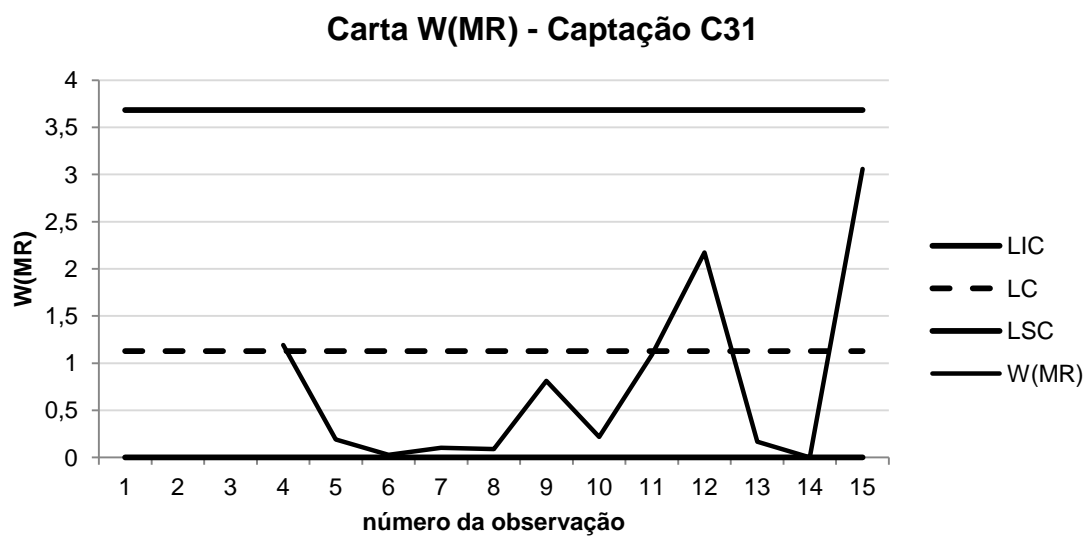


Figura III. 70 - Carta  $W(MR)$  da captação C31

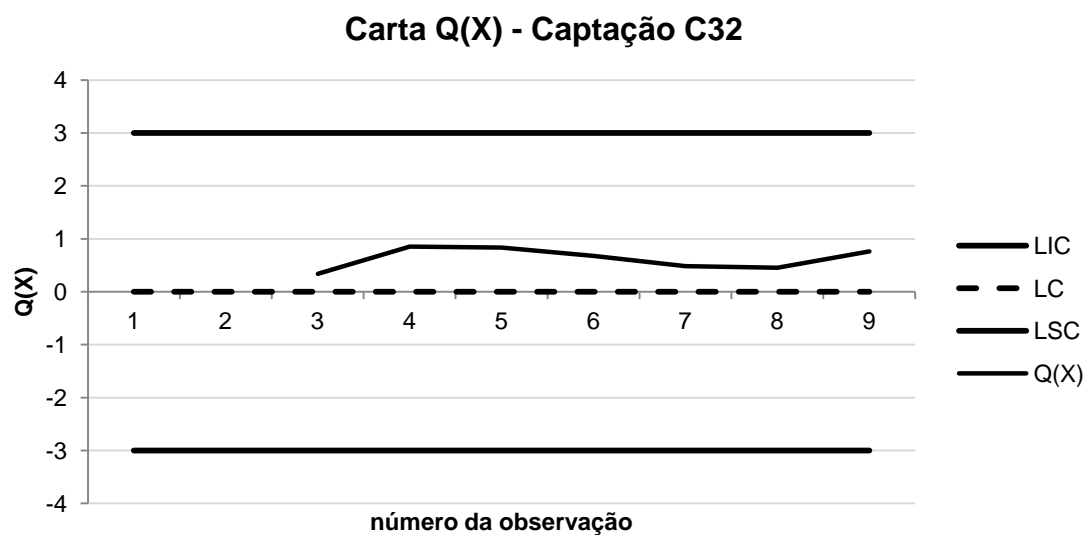


Figura III. 71 - Carta  $Q(X)$  da captação C32

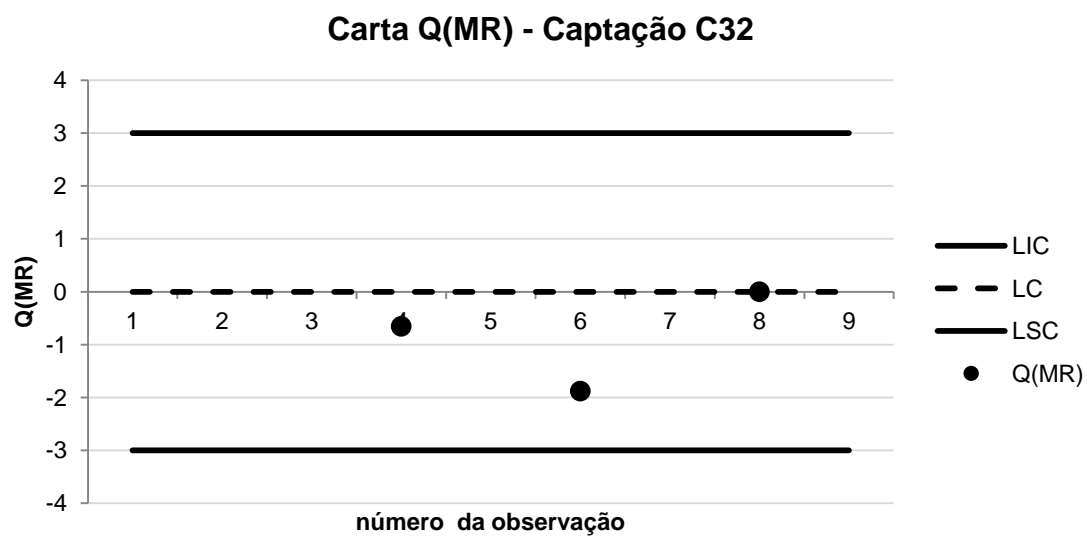


Figura III. 72 - Carta  $Q(MR)$  da captação C32



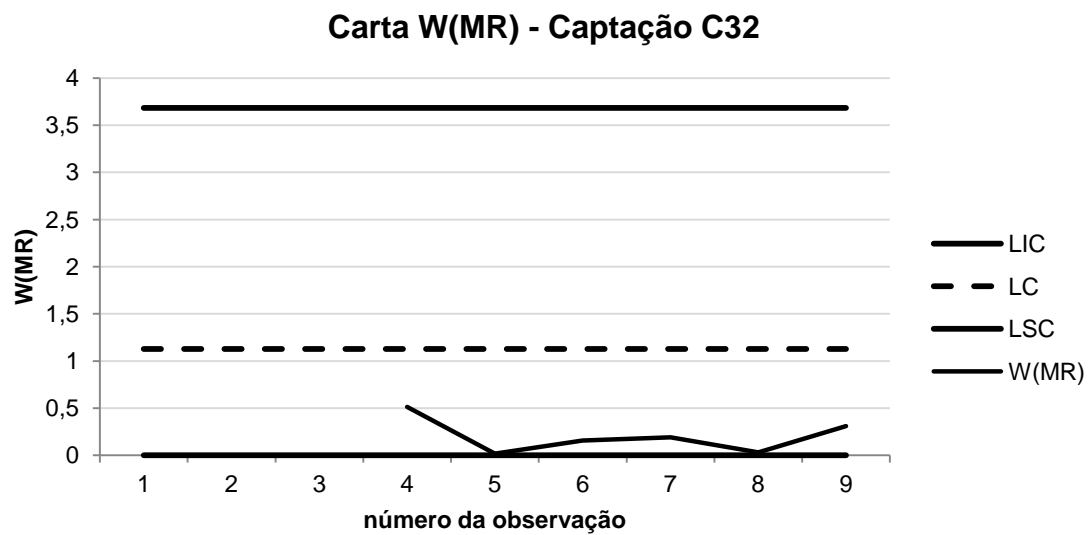


Figura III. 73 - Carta  $W(MR)$  da captação C32

## Anexo IV – Constantes – Métodos do estudo dos outliers

Test Statistic	N	Level of significance $\alpha$						
		0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
$r_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	3	0.684	0.781	0.886	0.941	0.976	0.988	0.994
	4	0.471	0.560	0.679	0.765	0.846	0.889	0.926
	5	0.373	0.451	0.557	0.642	0.729	0.780	0.821
	6	0.318	0.386	0.482	0.560	0.644	0.698	0.740
	7	0.281	0.344	0.434	0.507	0.596	0.637	0.680
$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	8	0.318	0.385	0.479	0.554	0.631	0.683	0.725
	9	0.288	0.352	0.441	0.512	0.587	0.635	0.677
	10	0.265	0.325	0.409	0.477	0.551	0.597	0.639
$r_{21} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	11	0.391	0.442	0.517	0.576	0.638	0.679	0.713
	12	0.370	0.419	0.490	0.546	0.605	0.642	0.675
	13	0.351	0.399	0.467	0.521	0.578	0.615	0.649
$r_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	14	0.370	0.421	0.492	0.546	0.602	0.641	0.674
	15	0.353	0.402	0.472	0.525	0.579	0.616	0.647
	16	0.338	0.386	0.454	0.507	0.559	0.595	0.624
	17	0.325	0.373	0.438	0.490	0.542	0.577	0.605
	18	0.314	0.361	0.424	0.475	0.527	0.561	0.589
	19	0.304	0.350	0.412	0.462	0.514	0.547	0.575
	20	0.295	0.340	0.401	0.450	0.502	0.535	0.562
	21	0.287	0.331	0.391	0.440	0.491	0.524	0.551
	22	0.280	0.323	0.382	0.430	0.481	0.514	0.541
	23	0.274	0.316	0.374	0.421	0.472	0.505	0.532
	24	0.268	0.310	0.367	0.413	0.464	0.497	0.524
	25	0.262	0.304	0.360	0.406	0.457	0.489	0.516

Figura IV. 1 - Procedimento para o teste de Dixon

	$\alpha$													
v	45%	40%	35%	30%	25%	20%	15%	10%	5%	2,5%	2%	1%	0,5%	
1	0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,706	15,895	31,821	63,657	
2	0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	4,8487	6,9646	9,9248	
3	0,1366	0,2767	0,4242	0,5844	0,7649	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	3,4819	4,5407	5,8409	
4	0,1338	0,2707	0,4142	0,5686	0,7407	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	2,9985	3,7469	4,6041	
5	0,1322	0,2672	0,4082	0,5594	0,7267	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	2,7565	3,3649	4,0321	
6	0,1311	0,2648	0,4043	0,5534	0,7176	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	2,6122	3,1427	3,7074	
7	0,1303	0,2632	0,4015	0,5491	0,7111	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,5168	2,9980	3,4995	
8	0,1297	0,2619	0,3995	0,5459	0,7064	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,4490	2,8965	3,3554	
9	0,1293	0,2610	0,3979	0,5435	0,7027	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,3984	2,8214	3,2498	
10	0,1289	0,2602	0,3966	0,5415	0,6998	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,3593	2,7638	3,1693	
11	0,1286	0,2596	0,3956	0,5399	0,6974	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,3281	2,7181	3,1058	
12	0,1283	0,2590	0,3947	0,5386	0,6955	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,3027	2,6810	3,0545	
13	0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,2816	2,6503	3,0123	
14	0,1280	0,2582	0,3933	0,5366	0,6924	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,2638	2,6245	2,9768	
15	0,1278	0,2579	0,3928	0,5357	0,6912	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,2485	2,6025	2,9467	
16	0,1277	0,2576	0,3923	0,5350	0,6901	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,2354	2,5835	2,9208	
17	0,1276	0,2573	0,3919	0,5344	0,6892	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,2238	2,5669	2,8982	
18	0,1274	0,2571	0,3915	0,5338	0,6884	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,2137	2,5524	2,8784	
19	0,1274	0,2569	0,3912	0,5333	0,6876	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,2047	2,5395	2,8609	
20	0,1273	0,2567	0,3909	0,5329	0,6870	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,1967	2,5280	2,8453	
21	0,1272	0,2566	0,3906	0,5325	0,6864	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,1894	2,5176	2,8314	
22	0,1271	0,2564	0,3904	0,5321	0,6858	0,8583	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,1829	2,5083	2,8188	
23	0,1271	0,2563	0,3902	0,5317	0,6853	0,8575	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,1770	2,4999	2,8073	
24	0,1270	0,2562	0,3900	0,5314	0,6848	0,8569	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,1715	2,4922	2,7969	
25	0,1269	0,2561	0,3898	0,5312	0,6844	0,8562	1,0584	1,3163	1,7081	2,0595	2,1666	2,4851	2,7874	
26	0,1269	0,2560	0,3896	0,5309	0,6840	0,8557	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,1620	2,4786	2,7787	
27	0,1268	0,2559	0,3894	0,5306	0,6837	0,8551	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,1578	2,4727	2,7707	
28	0,1268	0,2558	0,3893	0,5304	0,6834	0,8546	1,0560	1,3125	1,7011	2,0484	2,1539	2,4671	2,7633	
29	0,1268	0,2557	0,3892	0,5302	0,6830	0,8542	1,0553	1,3114	1,6991	2,0452	2,1503	2,4620	2,7564	
30	0,1267	0,2556	0,3890	0,5300	0,6828	0,8538	1,0547	1,3104	1,6973	2,0423	2,1470	2,4573	2,7500	
35	0,1266	0,2553	0,3885	0,5292	0,6816	0,8520	1,0520	1,3062	1,6896	2,0301	2,1332	2,4377	2,7238	
40	0,1265	0,2550	0,3881	0,5286	0,6807	0,8507	1,0500	1,3031	1,6839	2,0211	2,1229	2,4233	2,7045	
45	0,1264	0,2549	0,3878	0,5281	0,6800	0,8497	1,0485	1,3006	1,6794	2,0141	2,1150	2,4121	2,6896	
50	0,1263	0,2547	0,3875	0,5278	0,6794	0,8489	1,0473	1,2987	1,6759	2,0086	2,1087	2,4033	2,6778	
60	0,1262	0,2545	0,3872	0,5272	0,6786	0,8477	1,0455	1,2958	1,6706	2,0003	2,0994	2,3901	2,6603	
70	0,1261	0,2543	0,3869	0,5268	0,6780	0,8468	1,0442	1,2938	1,6669	1,9944	2,0927	2,3808	2,6479	
80	0,1261	0,2542	0,3867	0,5265	0,6776	0,8461	1,0432	1,2922	1,6641	1,9901	2,0878	2,3739	2,6387	
90	0,1260	0,2541	0,3866	0,5263	0,6772	0,8456	1,0424	1,2910	1,6620	1,9867	2,0839	2,3685	2,6316	
100	0,1260	0,2540	0,3864	0,5261	0,6770	0,8452	1,0418	1,2901	1,6602	1,9840	2,0809	2,3642	2,6259	
150	0,1259	0,2538	0,3861	0,5255	0,6761	0,8440	1,0400	1,2872	1,6551	1,9759	2,0718	2,3515	2,6090	
200	0,1258	0,2537	0,3859	0,5252	0,6757	0,8434	1,0391	1,2858	1,6525	1,9719	2,0672	2,3451	2,6006	
300	0,1258	0,2536	0,3857	0,5250	0,6753	0,8428	1,0382	1,2844	1,6499	1,9679	2,0627	2,3388	2,5923	
500	0,1257	0,2535	0,3855	0,5247	0,6750	0,8423	1,0375	1,2832	1,6479	1,9647	2,0591	2,3338	2,5857	
750	0,1257	0,2534	0,3855	0,5246	0,6748	0,8421	1,0372	1,2827	1,6469	1,9631	2,0573	2,3313	2,5824	

Figura IV. 2 - Tabela t-student

